



LUNDS  
UNIVERSITET

Tentamenskrivning  
MATA15 Algebra: delprov 1, 6hp  
Tisdagen den 2:a april 2013  
Skrivtid: 8.00–13.00

Matematikcentrum

Matematik NF

*Inga hjälpmedel tillåtna. Använd institutionens papper och skriv bara på den ena sidan. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar.*

1. Avgör om följande diofantiska ekvationer är lösbara och ange i förekommande fall samtliga lösningar:

a)  $72x + 27y = 272$ ,

b)  $27x - 72y = 2772$ .

2. Lös följande olikheter:

a)  $|x^2 - 1| + 2x < 2$ ,

b)  $\frac{2x - 3}{x - 1} \geq \frac{3x - 2}{x + 1}$ .

3. Betrakta polynomet

$$f(x) = x^4 - 4x + 3.$$

a) Bestäm  $SGD(f, f')$  så när som på associerade polynom.

b) Använd (a) för att lösa ekvationen  $f(x) = 0$ .

4. Visa att ekvationen

$$z^3 - (10 - 5i)z^2 + (25 - 38i)z + 65i = 0$$

har en reell rot och lös sedan ekvationen fullständigt.

5. Lös ekvationen

$$z^6 + 6iz^5 - 15z^4 - 20iz^3 + 15z^2 + 6iz - 1 = \left( \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}i}{1 + i} \right)^{12}.$$

Ange rötterna på formen  $a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  och skissa dem i det komplexa talplanet.

6. Visa att likheten

$$\prod_{k=2}^n \frac{k^3 - 1}{k^3 + 1} = \frac{2(n^2 + n + 1)}{3n(n + 1)}$$

gäller för alla naturliga tal  $n \geq 2$ .