



LUNDS
UNIVERSITET

Tentamenskrivning, delprov 2, 6 hp
MATA15 Algebra
Fredagen den 11:e januari 2013
Skrivtid: 8.00–13.00

Matematikcentrum

Matematik NF

Inga hjälpmedel tillåtna. Använd institutionens papper och skriv bara på den ena sidan. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt och ge klara och kortfattade motiveringar.

1. För vilka värden på det reella talet α ligger vektorerna $(1, 1, 1)$, $(1, 5, \alpha)$ och $(1, \alpha, 5)$ i samma plan? (ON-koordinatsystem förutsätts.)
2. Låt l vara linjen genom punkterna $(3, 2, 1)$ och $(0, 4, -2)$. (ON-system förutsätts.)
 - a) Bestäm en ekvation för det plan som går genom punkten $(1, 2, 3)$ och är vinkelrät mot l .
 - b) Ange en ekvation på parameterform för en linje genom punkten $(1, 2, 3)$ som skär l under rät vinkel.

3. Betrakta linjerna

$l_1 : (x, y, z) = (1, 1, 1) + t(3, 2, 1), t \in \mathbb{R}$ och $l_2 : (x, y, z) = (7, 6, 1) + t(0, 1, -2), t \in \mathbb{R}$
och låt π vara det plan parallellt med l_1 och l_2 som går genom punkten $(-4, 7, 4)$.

- a) Visa att l_1 och l_2 är vinkelräta och bestäm deras skärningspunkt.
 - b) Ange en ekvation på parameterform för planet π .
 - c) Bestäm ekvationen på formen $Ax + By + Cz = D$ för planet π och beräkna avståndet från l_1 till π . (ON-system förutsätts.)
4. Ange en ortonormerad bas e_1, e_2 och e_3 sådan att vektorerna e_1 och e_2 är parallella med planet $x + 2y + 4z = 7$.
 5. För vilka värden på det reella talet a är ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - y + az = 1 \\ 2x - ay + 2z = -1 \\ x + ay + az = a \end{cases}$$

lösbart? Ange särskilt ekvationssystemets lösningar för dessa värden på a .

6. Betrakta matriserna

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{och enhetsmatrisen} \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- a) Beräkna A^n för varje heltal $n > 1$.
- b) Visa att $(E + A + A^2)(E - A) = E$.
- c) Visa att matriserna $B = E - A$ och $C = E + A$ är inverterbara och bestäm deras inverser.