



LUNDS
UNIVERSITET

Matematikcentrum

Matematik NF

Tentamensskrivning
Lineär analys
Fredag den 30 maj 2014
Skrivtid: 8.00–13.00

Inga hjälpmedel förutom det formelblad, som delas ut i skrivsalen. Använd institutionens papper och skriv bara på en sida. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar och rita gärna figur i förekommande fall.

1. Bestäm konvergensradierna till följande potensserier.

a) $\sum_{k=0}^{\infty} k!x^k$, b) $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{2k}{k}x^k$, c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^3}{3^k}x^k$, d) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{2^k + k^2}$.

2. Lös begynnelse-randvärdesproblemet

$$\begin{aligned}\partial_t u(x, t) &= 3\partial_x^2 u(x, t), & 0 \leq x \leq \pi, & \quad t > 0, \\ \partial_x u(0, t) &= \partial_x u(\pi, t) = 0, & t > 0, \\ u(x, 0) &= x, & 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

3. Utveckla den 2π -periodiska funktion u , för vilken $u(x) = \cos \frac{x}{2}$ då $|x| \leq \pi$, i Fourier-serie och beräkna summan

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(4k^2 - 1)^2}.$$

4. Undersök huruvida funktionsföljden

$$f_n(x) = \frac{nx}{2 + nx^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

konvergerar likformigt i

- a) $[0, 1]$,
b) $[1, \infty)$.

5. Ange alla potensserielösningar till differentialekvationen

$$xu''(x) - 2u'(x) + xu(x) = 0.$$

Uttryck också gärna svaret i elementära funktioner.