



LUNDS
UNIVERSITET

Matematikcentrum

Matematik NF

Tentamensskrivning
Matematik för naturvetare
Lördagen den 18 mars 2017
Skrivtid: 8.00–13.00

Formelblad utdelas. Använd institutionens papper, skriv på bara den ena sidan och högst en uppgift på varje papper. Skriv tydligt, ge klara och kortfattade motiveringar, rita gärna figur i förekommande fall och ge tydliga svar. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje papper.

1. Bestäm alla komplexa lösningar för polynomekvationen

$$z^2 - 4z + 5 = 0.$$

2. Betrakta mängderna

$$A = \{0, 1, 2\} \quad \text{och} \quad B = \{2, 3\},$$

där symbolerna 0, 1, 2 och 3 betecknar naturliga tal. Bestäm mängderna $A \cup B$ (unionen av A och B), $A \cap B$ (snittet av A och B) och $A \setminus B$ (komplementet av B relativt A).

3. a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(3x)}{x}.$$

- b) Betrakta funktionen f definierad genom

$$f(x) = \frac{\arctan(3x)}{x} \quad \text{för } x \neq 0.$$

Avgör om funktionen f har kontinuerlig utvidgning till hela den reella axeln \mathbb{R} .

4. Beräkna arean för området

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < y < 1 - x^2 \right\}$$

i planet.

5. Visa olikheten att

$$\sin(\theta) \leq \theta$$

för $\theta > 0$.

Var god vänd!

6. Bestäm en lösning $y = y(x)$ för differentialekvationen

$$xy' + (1 - x)y = e^x$$

sådan att $y(1) = e$.

7. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_0^{\infty} te^{-t} dt.$$

Förklara också i vad mening integralen ovan är generaliserad.