



LUNDS
UNIVERSITET

Tentamensskrivning
Matematik för naturvetare
Lördagen den 9 april 2016
Skrivtid: 8.00–13.00

Matematikcentrum
Matematik NF

Formelblad utdelas. I övrigt inga hjälpmedel. Använd institutionens papper, skriv på bara den ena sidan och högst en uppgift på varje papper. Skriv tydligt, ge klara och kortfattade motiveringar, rita gärna figur i förekommande fall och ge tydliga svar. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje papper.

1. Skriv det komplexa talet

$$z = \frac{1 + 3i}{1 + i}$$

på formen $a + ib$ med a och b reella tal.

2. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = -6, \\ -2x + 5y + 4z = 5, \\ x - 3y - 2z = -4, \end{cases}$$

dvs. bestäm alla trippler (x, y, z) av reella tal som satisfierar ekvationerna ovan.

3. a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^4 - 1}{x}.$$

b) Betrakta funktionen f definierad genom

$$f(x) = \frac{(1+x)^4 - 1}{x} \quad \text{för } x \neq 0.$$

Avgör om funktionen f har kontinuerlig utvidgning till hela den reella axeln \mathbb{R} .

4. Beräkna integralen

$$\int_1^e x \ln(x) dx.$$

5. Beräkna arean för området

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2x < y < x \right\}$$

i planet.

Var god vänd!

6. Betrakta funktionen

$$g(x) = \arctan(x^2 - 6x + 10), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Avgör om funktionen g har minsta värde på den reella linjen \mathbb{R} . Beräkna detta minsta värde om det existerar.

7. Visa att funktionen

$$y(x) = e^{-x} \int_1^x e^t \arctan(t) dt, \quad x \in \mathbb{R},$$

satisfierar differentialekvationen

$$y'(x) + y(x) = \arctan(x)$$

för $x \in \mathbb{R}$ samt uppfyller begynnelsevillkoret att $y(1) = 0$.