



LUNDS  
UNIVERSITET

Matematikcentrum

Matematik NF

Tentamensskrivning  
Matematik för naturvetare  
Lördagen den 19 mars 2016  
Skrivtid: 8.00–13.00

Formelblad utdelas. I övrigt inga hjälpmedel. Använd institutionens papper, skriv på bara den ena sidan och högst en uppgift på varje papper. Skriv tydligt, ge klara och kortfattade motiveringar, rita gärna figur i förekommande fall och ge tydliga svar. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje papper.

1. Beräkna absolutbelopp och argument för det komplexa talet

$$z = \frac{(1+i)^4}{(1-i)^2}.$$

Ange argumentet  $\theta$  i intervallet  $0 \leq \theta < 2\pi$ .

2. a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1}.$$

b) Betrakta funktionen  $f$  definierad genom

$$f(x) = \frac{x^4 - 1}{x - 1} \quad \text{för } x \neq 1.$$

Avgör om funktionen  $f$  har kontinuerlig utvidgning till hela den reella axeln  $\mathbb{R}$ .

3. Beräkna integralen

$$\int_0^{2\pi} \cos^2(\theta) d\theta.$$

4. Bestäm ett polynom  $p$  sådant att

$$p(-1) = 10, \quad p(1) = 4 \quad \text{och} \quad p(2) = 7,$$

eller visa att sådant polynom  $p$  ej existerar. Bestäm även den minsta graden ett sådant polynom  $p$  kan ha i det fall  $p$  enligt ovan existerar.

5. Lös begynnelseproblemet

$$\begin{cases} y' + 2xy = e^{-x^2}, \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

dvs. ange  $y$  som funktion av  $x$  så att de båda villkoren blir uppfyllda. Här betecknar  $y'$  derivatan av  $y$  med avseende på  $x$ .

Var god vänd!

6. Betrakta funktionen

$$g(x) = 4x^2 + 4x - 5, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Bestäm värdemängden

$$g(\mathbb{R}) = \left\{ y \in \mathbb{R} : y = g(x) \text{ för något tal } x \in \mathbb{R} \right\}$$

för funktionen  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

7. Betrakta funktionen

$$h(x) = \int_{-1}^{x^2} \sin(\pi t^3/2) dt, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Beräkna tangentlinjen för funktionsgrafan  $y = h(x)$  i punkten där  $x = 1$ .