



LUNDS
UNIVERSITET

Tentamensskrivning
Matematik för naturvetare
Tisdag den 25 augusti 2015
Skrivtid: 08.00–13.00

Matematikcentrum
Matematik NF

För att delta i tentamen måste man vara registrerad på kursen. Hjälpmedel: Formelblad som delas ut i skrivsalen. Använd institutionens papper och skriv bara på en sida. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar och rita gärna figur i förekommande fall.

1. Skriv det komplexa talet

$$(1 - i)^{10} (1 - \sqrt{3}i)^{16}$$

på formen $a + bi$. Svaret får innehålla tvåpotenser men skall anges på enkel form.

2. a) Sagan förtäljer, att schackspelets uppfinnare som belöning för sin kulturgärning skulle erhålla ett antal sädeskorn. Han skulle få ett sädeskorn för den första rutan på ett schackbräde, två för den andra rutan och fyra för den tredje. Antalet sädeskorn för var och en av de följande rutorna skulle vara dubbelt så stort som antalet för den föregående rutan. Schackbrädet har 64 rutor. Hur många sädeskorn skulle han få? Svaret får innehålla en tvåpotens.
- b) Lisa föddes den 24 augusti 1915. På sin ettårsdag fick hon etthundra kronor i gåva, på sin tvåårsdag fick hon tvåhundra kronor, och sedan ökade hennes gåva med etthundra kronor för varje födelsedag. Pengarna syddes varje gång in i en madrass. Hur mycket pengar finns det i Lisas madrass idag, efter att hon sytt in sin etthundrade gåva?

3. Lös olikheten

$$\frac{3x^2}{x-1} \geq x+1.$$

4. Undersök huruvida funktionen $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definierad genom

$$f(x) = \frac{x}{4+x^2}$$

har något största eller minsta värde. Bestäm dessa i förekommande fall.

5. Ange den lösning till differentialekvationen

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 - x,$$

för vilken $y(0) = 6$ och $y'(0) = 8$.

6. Beräkna volymen av det område, som uppstår, när kurvan

$$y = 1 + x, \quad 1 \leq x \leq 2,$$

roterar kring x -axeln.

Var god vänd!

7. Ett plan går genom punkten $(1, 0, 1)$ och är vinkelrätt mot linjen med ekvationen $(x, y, z) = (1, 1, 1) + t(2, 1, -1)$.
- a) Ange en ekvation på normalform för planet.
- b) Bestäm vinkeln mellan planet och linjen $(x, y, z) = (1, 2, 3) + t(1, 2, 1)$.
(Ortonormerat system förutsätts.)
8. En rak cirkulär cylinder skrivs in i ett klot. Bestäm det maximala förhållandet mellan cylinderns och klotets volymer. (Volymen av ett klot med radien r är $4\pi r^3/3$.)