



LUNDS  
UNIVERSITET

Tentamensskrivning  
Matematik för naturvetare  
Lördag den 11 april 2015  
Skrivtid: 08.00–13.00

Matematikcentrum  
Matematik NF

För att delta i tentamen måste man vara registrerad på kursen. Hjälpmedel: Formelblad som delas ut i skrivsalen. Använd institutionens papper och skriv bara på en sida. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar och rita gärna figur i förekommande fall.

1. a) Den första termen i en aritmetisk summa är 1, antalet termer är 100, och differensen mellan en term och den föregående, när det finns en sådan, är 3. Beräkna summan.

b) Beräkna  $\sum_{k=2}^{10} \frac{1}{2^k}$ .

2. Skriv det komplexa talet

$$\frac{(1 + \sqrt{3}i)^8}{(1 + i)^{10}}$$

på formen  $a + bi$ .

3. Lös olikheten

$$\frac{3x^2}{x+1} \leq 1 - x.$$

4. Rita kurvan

$$y = \frac{x+1}{x^2+3}.$$

Ange eventuella lodräta och vågräta asymptoter, lokala extrempunkter och skärningspunkter med axlarna.

5. Lös differentialekvationen

$$y'' + 6y' + 9y = e^{2x}.$$

6. Beräkna arean av det område, som begränsas av kurvan

$$y = \frac{1}{x^2 + x},$$

linjerna  $x = 1$ ,  $x = 2$ , och  $x$ -axeln.

7. En linje går genom punkterna  $(1, 0, 1)$  och  $(2, 1, -1)$ .

a) Ange en ekvation på parameterform för linjen.

b) Beräkna avståndet från punkten  $(1, 2, 8)$  till linjen. (Ortonormerat system förutsätts.)

Var god vänd!

8. Enligt Newtons avkylningslag är hastigheten, med vilken en kropps temperatur ändras, proportionell mot skillnaden mellan kroppens och omgivningens temperaturer. Om  $y(t)$  är kroppens temperatur vid tiden  $t$ , och  $y_0$  är omgivningens temperatur, betyder detta, att  $y' = -k(y - y_0)$ , där  $k$  är en konstant. En bulle med temperaturen  $200^\circ$  tas ut ur ugnen och placeras i ett rum med temperaturen  $20^\circ$ . Efter en minut har bullen svalnat till  $150^\circ$ . Bestäm bullens temperatur som funktion av tiden.