



LUNDS  
UNIVERSITET

Tentamensskrivning  
Matematik för naturvetare  
Lördag den 21 mars 2015  
Skrivtid: 14.00–19.00

Matematikcentrum

Matematik NF

För att delta i tentamen måste man vara registrerad på kursen. Hjälpmedel: Formelblad som delas ut i skrivsalen. Använd institutionens papper och skriv bara på en sida. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar och rita gärna figur i förekommande fall.

1. Beräkna summorna

a)  $\sum_{k=0}^{999} (2k+1) = 1 + 3 + 5 + \dots + 1999$ ,    b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{4^k}$ .

2. Ange absolutbeloppet och argumentet av det komplexa talet

$$\frac{i(1 - \sqrt{3}i)^8}{(\sqrt{3} + i)^7}.$$

3. Lös olikheten

$$\frac{x-1}{x} \leq \frac{1}{x+2}.$$

4. Rita kurvan

$$y = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 3}.$$

Ange eventuella lodräta och vågräta asymptoter, lokala extrempunkter och skärningspunkter med axlarna.

5. Kurvan  $y = \sqrt{x}e^x$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , roterat kring  $x$ -axeln. Beräkna volymen av den därvid uppkomna rotationskroppen.

6. Lös differentialekvationen

$$y'' + 5y' + 6y = 10 \sin x.$$

7. Ett plan går genom punkterna  $(1, 1, 1)$  och  $(2, 2, 3)$  och är parallellt med vektorn  $(1, 2, 3)$ .

a) Ange en ekvation på parameterform för planet.

b) Ange en ekvation på normalform för planet.

c) Beräkna avståndet från punkten  $(2, 3, 1)$  till planet. (Ortonormerat system förutsätts.)

8. Tangenten till kurvan  $y = e^{-x}$  i punkten  $(a, e^{-a})$ , där  $a > 0$ , avgränsar tillsammans med axlarna ett triangulärt område. Bestäm  $a$  så, att arean av triangeln blir så stor som möjligt, och ange arean för detta värde på  $a$ .