Matematisk kommunikation (FMAA30 4,5hp)
Läsperiod 2, HT 2018
Kursprogram + Inlämningsuppgift 2 + gruppindelning

Kurschef: Niels Chr. Overgaard (NCO), tel. 046-222 85 32, epost `nco@maths.lth.se`, rum MH:551B.

Föreläsningar: NCO
Må 8–10 E:C läsveckorna 1, 2, 3.

Övningar: Marcus Valtonen-Örnhag och NCO
On 5/12 10–12 alternativt 13–15 i V:01 och V:02 läsvecka 5. (*Obligatoriskt* kursmoment!)

Kurshemsida: `http://www.maths.lth.se/course/matkomnykod/2018/` eller via Matematikcentrums hemsida.

Kurskrav: Kursen som helhet innehåller tre obligatoriska moment; två inlämningsuppgifter och en populärvetenskaplig uppsats. Kompisgranskning (se nedan) och presentation av lösningar samt uppsatsseminarium och opposition på annan grupps projektarbete ingår som obligatoriska moment.

Inlämningsuppgifter: Andra inlämningsuppgiften delas ut på föreläsning 1 den 5 november. Uppgiften löses i grupper om tre till fyra personer enligt utdelat schema. En första version av lösningen ska vara **klar måndag 26 november** och skickas till NCO och opponentgruppen som pdf-fil. Denna version **presenteras muntligt på övningen onsdag 5 december, antingen 10–12 eller 13–15,** enligt schema (kompisgranskningen). Varje arbetsgrupp ska **opponera** på en annan grupps lösning och presentation. Jag skickar pdf med aktuell uppgiftslösning och instruktioner till opponentgrupperna c:a en vecka i förväg. Opposition ingår som ett *obligatoriskt element* i kursen. Den slutgiltiga versionen lämnas in senast **tisdag 11 december i inlämningsfack nummer 7** på tredje våningen i Mattehuset.

Projekt: Arbetet med projektet sker i grupper om fyra personer under LP4 våren 2019 och ska mynna ut i en populärvetenskaplig rapport om ett matematiskt ämne. Projektförslag och handledning tillhandahållas av lektorer och doktorander vid Matematikcentrum. Rapporten presenteras under ett heldagsseminarium. Dessutom ska grupperna opponera på varandras rapporter. Projektförslagen presenteras vid en föreläsning i LP3.

Workshop: Redovisningen av projekten är torsdag 23 maj 2019, 8–16.

Plan för föreläsningar, övningar (preliminärt):

5/11	**F 1**	**Inl. 2 delas ut. Lite om funktionalekvationer**
12/11	**F 2**	**Matematikens historia. Aktuell matematik**
19/11	**F 3**	**Information om kompisgranskning och om vårens projekt**
26/11	♣	**Död linje för version 1 av lösning. Mejlas som pdf till NCO**
5/12	**Ö 1**	**Kompisgranskning: muntlig presentation av lösning**
11/12	♣	**Död linje för inlämningsuppgift 2**

	Gruppindelning för inl. 2			
nr	**medlem 1**	**medlem 2**	**medlem 3**	**uppgift**
1	Althoff, Simon	Patriksson, Kristina	Heneby, Jacob	**A**
2	Andersson, Erik	Perlerot, Moa	Holgersson, Linn	**B**
3	Baki Davidsson, Robin	Peterson, Carl	Hosseini, Mosa	**C**
4	Björkman, Anton	Rosqvist, Pontus	Hult, Sara	**D**
5	Borna, August	Ryberg, Hannes	Jakobsén, Lukas	**E**
6	Bucht, Teodor	Sandblom, Svante	Klotz, Gustav Albert	**A**
7	Carlsén, Victor	Sandelin, Emil	Levison, Ida	**B**
8	Dang, Tony	van den Bossche, Flores	Martling, Nils	**C**
9	Drenth, Louise	Westholm, Teodor	Mattisson, Philip	**D**
10	Ekström, Samuel	Ylvén, Vilma	Moberg, Mathilda	**E**
11	Engdahl, Emma	Zettergren, Louise	Nauta, Talitha Taapke	**A**
12	Enger, Nina	Åberg, Teodor	Nilsson, Fanny	**B**
13	Fredriksson, Nina	Åkerman, Anton	Nilsson, Isak	**C**
14	Froste, Matilda Georgson, Melker	Nilsson, Vejde	Palolampi, Lukas	**D**

Niels Chr Overgaard 2018-11-02

Inlämningsuppgift 2A

Problemen lösas i grupper om tre till fyra personer (se lista). Man får gärna *diskutera* problemet med andra grupper, men varje grupp lämnar in en *självständig* skriftlig redovisning. Lösningen ska inkludera en presentation av problemet, eventuella observationer och tankar kring det, och slutligen ett bevis av påståendet. Lösningen till inlämningsuppgiften ska skrivas i LaTeX.

En första version av lösningen ska vara klar och mejlas (som pdf) till opponentgruppen och NCO **måndag 26 november**. Lösningen ingår i den *obligatoriska kompisgranskningen*, som är en muntlig presentation med efterföljande frågestund (c:a 15+5 minuter/grupp.) Den är onsdag 5 december 10–12 respektive 13-15, beroende på gruppnummer.

Den slutgiltiga versionen lämnas i Matematisk kommunikations avlåsta inlämningsfack på 3 våningen i Mattehuset (Fack nr. 7 i den avlåsta hyllan mittemot MH:333.) Sista inlämningsdagen är **tisdag 11 december** (hela dagen).

Problem. *Bestäm alla kontinuerliga funktioner* $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *som uppfyller funktionalekvationen*

$$f(x+y) = f(x) + f(y)$$

för alla reella tal x *och* y.
Använd resultatet till att dessutom bestämma de funktioner $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *som är kontinuerliga, icke identiskt lika med noll, och som uppfyller* $g(x+y) = g(x)g(y)$ *för alla* $x, y \in \mathbf{R}$.

Ledning. Om man inledningsvis antar att f och g är kontinuerligt deriverbara funktioner, så kan man ställa upp differentialekvationer för dessa funktioner och härleda det önskade svaret under starkare förutsättningar. Det blir med andra ord ett svagare resultat än det som anges i problemet, och alltså strängt taget inte det man ska bevisa. Däremot får man ett hum om vad man söker. Hur ska man bevisa resultatet under de svagare förutsättningarna i problemet? Man kan troligtvis få någon sorts inspiration till lösningen om man läser om potensfunktioner i Kapitel 2.2 i Månsson och Nordbeck (2011) *Endimensionell analys*. Definitionen av kontinuitet i Kapitel 9.3 behövs också.

2 november 2018

Inlämningsuppgift 2B

Problemen lösas i grupper om tre till fyra personer (se lista). Man får gärna *diskutera* problemet med andra grupper, men varje grupp lämnar in en *självständig* skriftlig redovisning. Lösningen ska inkludera en presentation av problemet, eventuella observationer och tankar kring det, och slutligen ett bevis av påståendet. Lösningen till inlämningsuppgiften ska skrivas i LaTeX.

En första version av lösningen ska vara klar och mejlas (som pdf) till opponentgruppen och NCO **måndag 26 november**. Lösningen ingår i den *obligatoriska kompisgranskningen*, som är en muntlig presentation med efterföljande opposition och frågestund (c:a 15+5 minuter/grupp.) Den är onsdag 5 december 10–12 respektive 13-15, beroende på gruppnummer.

Den slutgiltiga versionen lämnas i Matematisk kommunikations avlåsta inlämningsfack på 3 våningen i Mattehuset (Fack nr. 7 i den avlåsta hyllan mittemot MH:333.) Sista inlämningsdagen är **tisdag 11 december** (hela dagen).

Problem. *i) Bestäm samtliga funktioner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ som uppfyller likheten*

$$x(f(x) + f(-x) + 2) + 2f(-x) = 0$$

för alla reella tal x.
ii) Bestäm alla funktioner $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ för vilka det finns ett positivt tal r sådan att

$$\frac{g(x)}{g(-x)} = r^{2x}$$

för alla reella tal x.

Ledning. Testa med lämpliga specifika värden på x för att få ut information om f. Går det att hitta enstaka lösningar till problemet (partikulärlösningar)? Om man har hittat en lösning, undersök om det kan finnas fler.

2 november 2018

Inlämningsuppgift 2C

Problemen lösas i grupper om tre till fyra personer (se lista). Man får gärna *diskutera* problemet med andra grupper, men varje grupp lämnar in en *självständig* skriftlig redovisning. Lösningen ska inkludera en presentation av problemet, eventuella observationer och tankar kring det, och slutligen ett bevis av påståendet. Lösningen till inlämningsuppgiften ska skrivas i LaTeX.

En första version av lösningen ska vara klar och mejlas (som pdf) till opponentgruppen och NCO **måndag 26 november**. Lösningen ingår i den *obligatoriska kompisgranskningen*, som är en muntlig presentation med efterföljande frågestund (c:a 15+5 minuter/grupp.) Den är onsdag 5 december 10–12 respektive 13-15, beroende på gruppnummer.

Den slutgiltiga versionen lämnas i Matematisk kommunikations avlåsta inlämningsfack på 3 våningen i Mattehuset (Fack nr. 7 i den avlåsta hyllan mittemot MH:333.) Sista inlämningsdagen är **tisdag 11 december** (hela dagen).

Problem. *Bestäm alla funktioner* $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *som är kontinuerligt deriverbara, och som uppfyller villkoret*

$$f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1-xy}\right), \tag{1}$$

för alla $x, y \in \mathbf{R}$ *så att* $xy < 1$.

Ledning. Identiteten i (1) kallas en funktionalekvation för funktionen f. Vi söker samtliga lösningar till den givne funktionalekvationen. För att lösa problemet kan man t.ex. derivera funktionaekvationen med avseende på antingen x eller y då den andra variabeln hålls konstant. Dessutom kan man insätta listiga val av x och y som ger information of f. Glöm inte att tänka igenom vad som är nödvändiga villkor för att en funktion f ska vara lösning till (1) och vad som är tillräckliga villkor. Vad händer om man släpper villkoret $xy < 1$ och bara kräver $xy \neq 1$?

2 november 2018

Inlämningsuppgift 2D

Problemen lösas i grupper om tre till fyra personer (se lista). Man får gärna *diskutera* problemet med andra grupper, men varje grupp lämnar in en *självständig* skriftlig redovisning. Lösningen ska inkludera en presentation av problemet, eventuella observationer och tankar kring det, och slutligen ett bevis av påståendet. Lösningen till inlämningsuppgiften ska skrivas i LaTeX.

En första version av lösningen ska vara klar och mejlas (som pdf) till opponentgruppen och NCO **måndag 26 november**. Lösningen ingår i den *obligatoriska kompisgranskningen*, som är en muntlig presentation med efterföljande frågestund (c:a 15+5 minuter/grupp.) Den är onsdag 5 december 10–12 respektive 13-15, beroende på gruppnummer.

Den slutgiltiga versionen lämnas i Matematisk kommunikations avlåsta inlämningsfack på 3 våningen i Mattehuset (Fack nr. 7 i den avlåsta hyllan mittemot MH:333.) Sista inlämningsdagen är **tisdag 11 december** (hela dagen).

Problem. *Bestäm alla kontinuerligt deriverbara funktioner* $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *som uppfyller* $f(x) \to 0$ *då* $x \to \infty$ *och villkoret*

$$f(x)f(y) = f\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right), \tag{1}$$

för alla $x, y \in \mathbf{R}$.

Kommentarer och ledning. Identiteten i (1) kallas en *funktionalekvation* för funktionen f. Vi söker alltså samtliga lösningar till den givna funktionalekvationen. Börja t.ex. med att visa att om f löser (1) så är f en jämn funktion. Man kan även visa att f uppfyller en första ordningens differentialekvation. Förslagsvis kan man fiksera värdet på y och derivera båda sidorna i funktionalekvationen som funktioner av x och sen göra samma sak med x och y i ombytta roller, och se vad som händer. Kapitel 15 i Månsson och Nordbeck (2011) *Endimensionell analys* kan vara till hjälp, speciellt början av 15.1. Alternativt kan man föra ett smart variabelbyte och återföra problemet ovan på dom i Problem 2A. Går det att lösa problemet om man endast kräver att f är en kontinuerlig funktion?

2 november 2018

Inlämningsuppgift 2E

Problemen lösas i grupper om tre till fyra personer (se lista). Man får gärna *diskutera* problemet med andra grupper, men varje grupp lämnar in en *självständig* skriftlig redovisning. Lösningen ska inkludera en presentation av problemet, eventuella observationer och tankar kring det, och slutligen ett bevis av påståendet. Lösningen till inlämningsuppgiften ska skrivas i LaTeX.

En första version av lösningen ska vara klar och mejlas (som pdf) till opponentgruppen och NCO **måndag 26 november**. Lösningen ingår i den *obligatoriska kompisgranskningen*, som är en muntlig presentation med efterföljande frågestund (c:a 15+5 minuter/grupp.) Den är onsdag 5 december 10–12 respektive 13-15, beroende på gruppnummer.

Den slutgiltiga versionen lämnas i Matematisk kommunikations avlåsta inlämningsfack på 3 våningen i Mattehuset (Fack nr. 7 i den avlåsta hyllan mittemot MH:333.) Sista inlämningsdagen är **tisdag 11 december** (hela dagen).

Problem. *Bestäm alla polynom* $p(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0$ *med komplexa koefficienter som uppfyller funktionalekvationen*

$$p(z^2) = p(z)p(z+1)$$

för alla komplexa tal $z \in \mathbb{C}$.

Ledning. Antag att det finns en lösning $p(z)$ till problemet. Vad kan man då säga om möjliga värden på den ledande koefficienten a_n i $p(z)$? Vad kan man säga om eventuella nollställen till $p(z)$? I Månsson och Nordbeck (2011) *Endimensionell analys* behandlas polynomen egenskapet och polynomekvationer i avsnitten 2.2, 3.2 och det komplexa fallet i 6.4.

2 november 2018