

Korrekt och väl motiverad lösning på uppgifterna 1–5 ger 10 poäng vardera medan delfrågorna på uppgift 6 ger 4 poäng. Totalt kan man få 70 poäng. Gränsen för godkänd är 35 poäng, dock finns vissa minimikrav på uppgifterna 1–5 (18 p) respektive uppgift 6 (7 p).

**Om så efterfrågas, eller om du tycker det är lämpligt, lämnas figurer i ETT Worddokument på ett usb-minne. Låt varje lösning börja på en ny sida i dokumentet. Ange din anonymkod och personliga identifierare på varje sida i dokumentet! Spara dokumentet med din anonymkod som namn.**

Institutionens papper används både som kladdpapper och som inskrivningspapper. Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Rödpenna får ej användas. **Skriv anonymkod och personlig identifierare på alla papper.**

Tillåtna hjälpmedel: Matematiska och statistiska tabeller som ej innehåller statistiska formler, formelsamling i matematisk statistik för ekosystemteknik, stencil: Användbara Matlabkommandon i kursen, dator (ej uppkopplad mot Internet) samt miniräknare.

**Resultatet läggs in i ladok senast 2018-11-02.**

---

**Införda beteckningar ska redovisas, modeller alltid anges och approximationer, hypoteser och slutsatser anges och motiveras.**

---

1. Man söker efter lämpliga platser för placering av vindkraftverk och undersökte vindhastigheten (m/s) på en plats. Under vinterhalvåret noterade man under 37 dagar vindhastigheten och man ansåg att mätningarna dessa dagar var oberoende. Data finns i filen **vindhastigheter**. Av erfarenhet vet man att någon av följande fördelningar brukar beskriva vindhastigheter väl: Gumbelfördelning, normalfördelning och lognormalfördelning.
  - (a) Anpassa de tre föreslagna fördelningarna till data. Vad är din slutsats om en lämplig fördelning? (2p)
  - (b) Vindkraftverk utvinnet energi vid vindhastigheter på 4 – 22 m/s. Välj den lämpligaste modellen och uppskatta sannolikheten att vindhastigheten en dag är mellan 4 och 22 m/s. (3p)
  - (c) Om man studerar 10 oberoende dagar, beräkna sannolikheten att ingen av dagarna har en vindhastighet då energi kan utvinnas. (5p)
  
2. Du är ansvarig för att följa upp olyckor i organisationen. Det har upprättats en definition på vad som menas med olyckor, en olycka ska ge minst en av följande konsekvenser: 1) person får uppsöka vård; 2) person får lämna arbetet minst en dag; 3) händelse med påtaglig risk för allvarlig personskada. Med den definitionen har det visat sig att antalet olyckor per månad i organisationen varierar mellan 0 och 3 och kan beskrivas med följande (ofullständiga) fördelning där  $X$  betecknar antalet olyckor per månad:  $P(X = 0) = 0.25$ ;  $P(X = 1) = 0.35$ ;  $P(X = 2) = 0.25$ . Antag att antalet olyckor under en månad är oberoende av motsvarande antal alla andra månader.
  - (a) Hur stor är sannolikheten att det blir minst två olyckor under en månad? (1p)

- (b) Vad är det förväntade antalet olyckor per månad? (2p)
- (c) Vad är standardavvikelsen för antalet olyckor per månad? Ledning: Om den diskreta s.v.  $X$  har sannolikhetsfunktion  $p(x)$  gäller att  $V(X) = \sum_x (x - \mu)^2 \cdot p(x)$  där  $\mu$  är fördelningens väntevärde. (2p)
- (d) Beräkna approximativt sannolikheten att det inträffar minst 100 olyckor under en femårsperiod. (Om du inte löst (c)-uppgiften kan du anta att den sökta standardavvikelsen i (c) är 1.) (5p)
3. (a) Under årets torra och varma juli rapporterades i ett område 19 gräsbränder som orsakas av tågtrafik. Tidigare år har man i genomsnitt noterat 10 bränder under denna sommarmånad. Har man fog för påståendet att denna typ av bränder signifikant ökat i år? Antag att Poissonfördelning är en lämplig modell. (5p)
- (b) Årets onormala väder skärpte tillsynen utmed banvallarna. Av årets 19 bränder klassades 4 som större brand och var därmed ett allvarligt tillbud. Normala år anser man att 40% av gräsbränderna är allvarliga. Kan man hävda att andelen allvarliga tillbud signifikant minskat under detta år? (5p)
4. Halterna av dioxiner och PCB i ekologiska ägg har väckt intresse de senaste åren. I de två översta raderna i nedanstående tabell finns data från en undersökning 2016 där summan av dioxiner och dioxinlika PCB (pg TEQ/g fett) noterats hos konventionella respektive ekologiska ägg. Konventionell innebär att hönsen är frigående inomhus eller i inredd bur. Data är hämtade från Livsmedelsverket<sup>1</sup>.

|                            | Min   | Max  | Medel | Std   | N  |
|----------------------------|-------|------|-------|-------|----|
| Konventionell, 2010-2016   | 0.115 | 0.85 | 0.46  | 0.125 | 40 |
| Ekologiska, 2010-2015      | 0.43  | 3.80 | 1.41  | 0.66  | 28 |
| Ekologiska, april-dec 2017 | 0.50  | 1.14 | 0.90  | 0.19  | 13 |

En teori till de höga halterna av dioxin i ekologiska ägg är mängden fiskmjöl i ekologiskt unghöns- och värpfoder. En snabb och kraftig reduktion av andelen fiskmjöl i värpfodermansättningen utfördes varefter en ny undersökning på ekologiska ägg genomfördes under 2017. Resultatet anges på tabellens sista rad.

- (a) Hur stor effekt hade de drastiska åtgärderna på dioxinhalt i de ekologiska äggen? Svara med ett lämpligt tvåsidigt intervall och ge en konkret tolkning. Antag att data är approximativt normalfördelade. (5p)
- (b) Är den förväntade halten av dioxiner och dioxinlika ämnen hos ekologiska ägg **efter åtgärden** högre än hos konventionella ägg? Antag att data är approximativt normalfördelade. (5p)
5. I filen `N02Dalaplan.mat` finns årsmedelvärden av kvävedioxid uppmätta vid Dalaplan i Malmö under perioden 2009-2016. Data är hämtade från IVL Svenska Miljöinstitutet ([www.ivl.se](http://www.ivl.se)).
- (a) Undersök om det skett en signifikant förändring av årsmedel av kvävedioxidhalten under den studerade perioden. Ange vilken modell du baserar din analys på. (2)
- (b) I EU:s luftkvalitetsdirektiv definieras ett antal miljökvalitetsnormer (MKN) som Sverige har implementerat i Luftkvalitetsförordningen. MKN finns för tolv olika ämnen, bland annat  $\text{NO}_2$ , och anger föroreningsnivåer som inte får överskridas. För respektive förorening

<sup>1</sup>[www.livsmedelsverket.se/globalassets/publikationsdatabas/rapporter/2018/2018-nr-16-dioxiner-och-pcb-i-ekologiska-agg-2017.pdf](http://www.livsmedelsverket.se/globalassets/publikationsdatabas/rapporter/2018/2018-nr-16-dioxiner-och-pcb-i-ekologiska-agg-2017.pdf)

finns även en nedre utvärderingströskel (NUT) och en övre utvärderingströskel (ÖUT), vilka fungerar som varningssignaler för att luftkvaliteten börjar närma sig normnivåerna. För årsmedelvärdena av kvävedioxid gäller

| Norm/tröskel                            | MKN | ÖUT | NUT |
|---|-----|-----|-----|
| Gränsvärde ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ) | 40  | 32  | 26  |

Utifrån data fram till 2016, är det troligt att det uppmätta årsmedelvärdet år 2017 kommer att klara något eller några av de uppsatta normen/trösklarna? Resonera utifrån lämpliga intervall. (3p)

- (c) I filen `N02Radhuset.mat` finns motsvarande mätningar under perioden 2000-2016 vid Rådhuset i Malmö. Gör ett lämpligt intervall för att uppskatta den förväntade skillnaden i kvävedioxidhalt mellan de två platserna. Antag lämplig(a) normalfördelng(ar). (5p)

6. (a) Fortsättning från uppgift 1 om vindhastigheter.

(i) Undersök om antagandet om oberoende vindhastigheter verkar rimligt genom att plotta och tolka den skattade autokorrelationsfunktionen. (2p)

(ii) Om vindhastigheterna uppmätts varje dag är det troligt att data uppvisat ett positivt beroende mellan i tiden näraliggande mätningar. Skissa hur autokorrelationsfunktionen då skulle se ut. (2p)

- (b) Halten bly på en arbetsplats antas vara normalfördelad med väntevärde 2.6 och standardavvikelse  $\sigma = 1.3$  (mätt i lämpliga enheter). Antag att gränsvärdet för  $\mu$  är 2 och att man, på nivå 5, %, önskar testa  $H_0 : \mu \leq 2$  mot  $H_1 : \mu > 2$ . Hur många mätningar behöver man göra på arbetsplatsen för att, med sannolikheten 0.95, upptäcka att gränsvärdet är överskridet? (4p)

- (c) Antag att en kvinna och hennes son går över en hängbro. Kvinnan rullar en reväska som väger 19 kg och bär på ett handbagage på 5 kg. Hennes son har en ryggsäck som väger 7.5 kg. Kvinnans vikt anses beskrivas en slumpvariabel med väntevärde 62 kg och standardavvikelse 3 kg. Motsvarande värden för pojkens vikt är 35 kg för väntevärdet och 2 kg för standardavvikelsen. Beräkna väntevärde och standardavvikelse för den totala vikten då paret går på bron. (4p)

- (d) För de  $n$  talparen  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  ansätter man en enkel linjär regressionsmodell:  $y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$  där  $\epsilon_i$  är oberoende och normalfördelade. I en analys beräknas följande 95% intervall:  $I_\alpha = (-0.4, 0.7)$ ,  $I_\beta = (-0.7, -0.4)$ . Är modellen  $y_i = \alpha + \epsilon_i$  att föredra? Är modellen  $y_i = \beta x_i + \epsilon_i$  att föredra? Motivera dina svar. (4p)

- (e) Wilma ska mäta avståndet till en punkt och använder ett instrument som ger upphov till normalfördelade mätfel med standardavvikelse 0.3 m. Om  $X$  är avståndsmätningen i meter gäller alltså att  $X \in N(\mu, 0.3)$  där  $\mu$  är avståndet. Hon gör 4 oberoende avståndsmätningar. Beräkna sannolikheten att medelvärdet av de 4 mätningarna avviker med mer än 0.2 meter från  $\mu$ . (4p)

**Lycka till och glöm inte att svara på kursens CEQ!**