

Korrekt och väl motiverad lösning på uppgifterna 1–5 ger 10 poäng vardera medan delfrågorna på uppgift 6 ger 4 poäng. Totalt kan man få 70 poäng. Gränsen för godkänd är 35 poäng, dock finns vissa minimikrav på uppgifterna 1–5 (18 p) respektive uppgift 6 (7 p).

**Om så efterfrågas, eller om du tycker det är lämpligt, lämnas figurer i ETT Worddokument på ett usb-minne. Låt varje lösning börja på en ny sida i dokumentet. Ange din anonymkod och personliga identifierare på varje sida i dokumentet! Spara dokumentet med din anonymkod som namn.**

Institutionens papper används både som kladdpapper och som inskrivningspapper. Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Rödpenna får ej användas. **Skriv anonymkod och personlig identifierare på alla papper.**

Tillåtna hjälpmedel: Matematiska och statistiska tabeller som ej innehåller statistiska formler, formelsamling i matematisk statistik för ekosystemteknik, stencil: Användbara Matlabkommandon i kursen, dator (ej uppkopplad mot Internet) samt miniräknare.

**Resultatet läggs in i ladok senast 2019-01-16.**

---

**Införda beteckningar ska redovisas, modeller alltid anges och approximationer, hypoteser och slutsatser anges och motiveras.**

---

1. Moderna elbilar har en räckvidd som, beroende på bilmärke, ligger i intervallet 150 – 600 km efter en laddning. Men om bilens luftkonditionering används reduceras räckvidden. För att undersöka hur stor denna reduktion är beslöt man att göra ett experiment under sommaren där 5 bilar av olika märke användes. På var och en av bilarna gjordes två separata laddningar, vid den ena användes luftkonditionering vid den andra inte, varefter räckvidden (km) noterades.

Bilmärke	A	B	C	D	E
Sträcka utan luftkonditionering (km)	203	521	387	403	327
Sträcka med luftkonditionering (km)	187	476	357	369	296

- (a) Beräkna ett lämpligt konfidensintervall som bedömer förändringen i räckvidd då luftkonditionering används. Du får anta lämplig(a) normalfördelningar. (7p)
- (b) En teori är att räckvidden då man använder luftkonditionering minskar med 20 km. Motsäger denna undersökning teorin? (3p)
2. Per anser att hans energiförbrukning (kcal) under ett dygn varierar enligt en slumpvariabel  $X$  som är normalfördelad med väntevärde 2500 och standardavvikelse 100. Under en period noterar han noga den dagliga energitillförseln (kcal) och anser att den varierar enligt en slumpvariabel  $Y$  som är normalfördelad med väntevärde 2400 och standardavvikelse 80.
- (a) Beräkna sannolikheten att Pers totala energiförbrukning under en vecka överstiger 18000 kcal. (5p)
- (b) Beräkna sannolikheten att Per har en negativ energiförändring ett dygn, d.v.s. att hans energiförbrukning överstiger energitillförseln eller, i formler, att  $X - Y > 0$ . (5p)

3. Det ytliga grundvattnet i Sverige är påverkat av försurning, vilket kan medföra miljöproblem då höga halter av miljöfarliga metaller kan lösas ut i vattnet. I undersökningar från Naturvårdsverket delas mätdata in i tillståndsklasser utifrån hur stor försurningspåverkan det finns i grundvatten. Från mätningar tidigare år vet vi att andelen som tillhör tillståndsklassen stark påverkan brukar vara 0.48. Det finns misstankar om att försurningens påverkan har minskat under senare år. Vid en undersökning för några år sedan gjordes 53 mätningar och av dessa tillhör 20 mätningar tillståndsklassen stark påverkan.
- Tyder detta på att misstanken om minskad försurningspåverkan stämmer? (7p)
  - Uppskatta sannolikheten att då man gör två mätningar, precis en av dem kommer att tillhöra tillståndsklassen med stark påverkan. (3p)
4. I Naturvårdsverkets regi<sup>1</sup> görs sedan vintern 2002/03 inventeringar av antalet familjegrudder av lodjur i Sverige. Med en familjegrudd menas honor med unge eller ungar. En rad faktorer kan påverka resultatet, t.ex. ogynnsamma inventeringsförhållanden, andelen honor som får ungar, födotillgång eller klimatpåverkan. Antalet familjegrudder varierar därför mellan åren, data finns i filen `lodjur.mat`. Observera att t.ex. vintern 2002/03 står i variabeln `ar` som 2002.
- Finns det, under den studerade perioden, en signifikant trend i antalet familjegrudder? Undersök det genom att, till data, anpassa en enkel linjär regressionsmodell med normalfördelad avvikelse. Kommentera också om modellen verkar passa till data. (3p)
  - Gör ett lämpligt 95 % intervall för förväntat antal familjegrudder vintern 2017/18. (3p)
  - För att få en uppfattning om den totala lodjurspopulationen räknas antalet familjegrudder om till antalet individer. Dessa beräkningar bygger på data baserade på forskning om reproduktion och dödlighet hos radiomärkta djur. En grov förenkling av omräkningen är att multiplicera antalet familjegrudder med en konstant  $K$ . Antag att  $K = 6$ . Med denna förenklade beräkning, ange ett lämpligt intervall där resultatet från den kommande inventeringen vintern 2018/19 kommer att hamna med sannolikheten 95 %. (2p)
  - Beräkningarna i ovanstående deluppgifter bygger på antagandet att antalet observerade familjegrudder olika år är oberoende. Undersök om observerade data verkar strida mot detta antagande. (2p)
5. Med punktnederbörd menas observationer i en punkt d.v.s. på en väderstation och extrem punktnederbörd är en viktig vädervariabel som samhället måste planeras efter. Vid 60 utvalda stationer har man noterat antalet dygn då dygnsnederbörden varit minst 40 mm under ett år. I filen `punktnederbörd` finns totala antalet fall per år under en referensperiod av 30 år. En rimlig modell är att antalet fall per år är Poissonfördelat.
- Uppskatta förväntat antal fall under ett år då dygnsnederbörden varit minst 40 mm vid de 60 stationerna. (2p)
  - Uppskatta sannolikheten att man, under ett år vid de utvalda stationerna, uppmäter minst 20 dygn då nederbörden överstiger 40 mm. (2p)
  - Man misstänker att extrem punktnederbörd ökat i jämförelse med referensperioden. Därför vill man utifrån det senaste årets data utföra ett lämpligt test på signifikansnivå 1 % kring förväntat antal fall per år med en dygnsnederbörd på minst 40 mm. Hur många fall kan man acceptera vid de studerade stationerna innan man på signifikansnivå 1 % drar slutsatsen om ökad extrem punktnederbörd? (6p)

---

<sup>1</sup>[www.naturvardsverket.se/Sa-mar-miljon/Statistik-A-O/Lodjur-antal-familjegrudder/](http://www.naturvardsverket.se/Sa-mar-miljon/Statistik-A-O/Lodjur-antal-familjegrudder/)

6. (a) En labbgrupp gör upprepade mätningar av kopparkoncentrationen i en träbit där Cuhalten är 100 ng/l. Deras mätningar kunde beskrivas bra av en normalfördelning  $N(91, 0.3)$ . Uppskatta hur stort det systematiska felet är i gruppens mätningar. (4p)
- (b) I en rapport står: "Vår modell är att de 10 observationerna kommer från  $N(\mu, 2)$ . Ett konfidensintervall för  $\mu$  beräknades till  $I_\mu = (3.37, 6.63)$ ." Vilken konfidensgrad har det angivna intervallet? (4p)
- (c) Då man gör en mätning har man som modell att mätfelet är rektangelfördelat i intervallet  $(-0.5, 0.5)$ . Det innebär att väntevärdet för mätfelet är 0 och dess varians är  $\frac{1}{12}$ . Beräkna approximativt sannolikheten att summan av 50 mätfel överstiger 0.1. (4p)
- (d)  $X$  antas vara normalfördelad  $N(\mu, 2)$  och man vill testa  $H_0 : \mu \geq 4; H_1 : \mu < 4$  på signifikansnivå 0.05 med hjälp av  $n$  observationer. Då man tittar på testets styrkefunktion ser man att då  $\mu = 3.5$  är sannolikheten att upptäcka att  $H_0$  inte stämmer enbart 0.2. Hur många observationer har man använt, d.v.s. vad är  $n$ ? (4p)
- (e) Tiden mellan två störningar i en reningsprocess är exponentialfördelat med väntevärde  $0.25$  ( $\text{år}^{-1}$ ). Beräkna sannolikheten att det dröjer mer än ett halvt år mellan två störningar. (4p)

**Lycka till!**