LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

Inlämningsuppgifter omgång 2
PROJEKTIV GEOMETRI
2015 -01-29

Uppgifterna skall lämnas in senast den 18 februari.
I vissa uppgifter används heltal $a_1 \dots a_{10}$ som lämpligen bör variera från person till person. Talen $a_1 \dots a_{10}$ kan till exempel vara siffrorna i ditt personnummer. Ange i inledningen till dina inlämnade uppgifter vilka tal du valt.

1. Betrakta linjen

$$p_1 + a_5 p_2 + a_6 p_3 = 0.$$

a) Ange minst två punkter på linjen i homogena koordinater.

b) Ge linjens ekvation i vanliga koordinater.

c) Bestäm ideala punkten på linjen.
Observera att talen a_k är beskrivna i inledningen.

2. Bestäm ekvationen för linjen genom punkterna

a) $P[a_2, a_3, a_4]$ och $Q[a_4, a_5, a_6]$.

b) $P[a_7, a_8, 0]$ och $Q[a_9, a_{10}, 0]$.

c) Bestäm ekvationen i homogena koordinater för linjen som är parallell med x-axeln och går genom punkten $[a_1, a_1, 1]$.

3. Bestäm skärningspunkten mellan linjerna i nedanstående fall. Skärningspunkten skall ges i homogena koordinater och om möjligt i vanliga koordinater.

a)

$$\begin{cases} a_4 p_1 + a_5 p_2 + a_6 p_3 = 0 \\ a_7 p_1 + a_8 p_2 + a_9 p_3 = 0 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} a_5 p_1 - 2a_6 p_2 + a_1 p_3 = 0 \\ a_5 p_1 - 2a_6 p_2 - 2a_1 p_3 = 0 \end{cases}$$

4. Låt

$$\begin{cases} l_1 p_1 + l_2 p_2 + l_3 p_3 = 0 \\ m_1 p_1 + m_2 p_2 + m_3 p_3 = 0 \end{cases}$$

vara två linjer i $\mathbb{RP}^2$ och låt α och β vara två tal, inte båda lika med 0. Visa att linjen

$$\alpha(l_1 p_1 + l_2 p_2 + l_3 p_3) + \beta(m_1 p_1 + m_2 p_2 + m_3 p_3) = 0$$

går genom skärningspunkten mellan de två givna linjerna och att varje linje genom skärningspunkten kan skrivas på detta sätt. Hur blir tolkningen av satsen om de givna linjerna är parallella?