

Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall förklaras så långt som möjligt.

1. Låt

$$f(t) = t\theta(t).$$

Beräkna:

a) f' , (0.2)

b) faltningen $f * f$, (0.3)

c) en kausal lösning till ekvationen

$$x'' + x' - 2x = f(t). \quad (0.5)$$

2. a) Vad är impulssvaret om stegsvaret är $\sin t\theta(t)$? (0.2)

b) Vad menas med att ett system i insignal-utsignalform är tidsinvariant? (0.2)

c) Under vilka villkor på impulssvaret är ett linjärt tidsinvariant system stabilt? (0.2)

d) För vilka a är matrisen

$$\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -3 & a \end{bmatrix}$$

positivt definit? (0.2)

e) Förenkla $\sin 2t\delta'(t)$. (0.2)

3. a) Bestäm alla möjliga 2×2 matriser A som har $\det A = 3$, $\operatorname{tr} A = -4$, och egenvektorererna

$$X_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (0.5)$$

b) Beräkna även exponentialmatrisen e^{At} för någon sådan matris A . (0.3)

c) Bestäm alla lösningar till $X' = AX$ för någon sådan matris A . (0.2)

V.g. vänd!

4. Systemet \mathcal{S} är kausalt, linjärt och tidsinvariant. Om man sänder in signalen $w(t) = \theta(t)$ så kommer signalen $y(t) = (e^{-t} - e^{-2t})\theta(t)$ ut.

a) Bestäm systemets impulssvar och överföringsfunktion. (0.3)

b) Är systemet stabilt? (0.2)

c) Ange utsignalerna $y_1(t)$ och $y_2(t)$, om insignalerna är $w_1(t) = \cos t \theta(t)$ respektive $w_2(t) = \cos t$. (0.5)

5. Låt

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 8 & 9 \end{bmatrix}.$$

a) Bestäm summan och produkten av alla egenvärdena. (0.3)

b) Hur många av egenvärdena är positiva? (0.3)

c) Hur många av de positiva egenvärdena är mindre än 2? (0.4)

6. Bestäm en funktion $f(x)$ sådan att

$$\int_0^x f'(x-y) \sin(2y) dy = f(x) + \cos 2x$$

för $x \geq 0$.

LYCKA TILL!