

Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall förklaras så långt som möjligt.

1. Låt

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{om } t \leq 0, \\ 1, & \text{om } 0 < t \leq 1, \\ 0, & \text{om } t > 1. \end{cases}$$

Beräkna:

a)  $f'$ , (0.3)

b) en kausal primitiv funktion till  $f(t)$ , (0.3)

c) faltningen  $f * f'$ . (0.4)

2. a) För vilket system är impulssvaret lika med  $2\delta'(t)$ ? Beskriv systemet i ord. (0.2)

b) Vad menas med att ett system i insignal-utsignalform är linjärt? (0.2)

c) Under vilka villkor på impulssvaret är ett linjärt tidsinvariant system stabilt? (0.2)

d) För vilka  $a$  har matrisen

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -3 & a \end{bmatrix}$$

vektorn  $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$  som egenvektor? (0.2)

e) Definera begreppet ortogonal matris. (0.2)

3. a) Beräkna samtliga egenvärden och egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

(0.3)

b) Beräkna exponentialmatrisen  $e^{At}$ . (0.4)

c) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} x_1' = -x_1 + 2x_2 \\ x_2' = 2x_1 - x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = 2, x_2(0) = 3.$$

(0.3)

**V.g. vänd!**

4. Ett linjärt tidsinvariant system har  $H(i\omega) = \frac{3}{\sqrt{3+i\omega}}$  som frekvensfunktion.

a) Bestäm systemets amplitudfunktion och fasfunktion. (0.2)

b) Bestäm systemets impulssvar och överföringsfunktion. (0.2)

c) Ange utsignalen  $y_1(t)$  om insignalen är  $w_1(t) = \sin \sqrt{3}t$ . (0.3)

d) Ange utsignalen  $y_1(t)$  om insignalen är  $w_2(t) = \sin \sqrt{3}t \theta(t)$ . (0.3)

5. För en symmetrisk matris  $A$  är det känt att resolventmatrisen  $R_A(s) = (sI - A)^{-1}$  ser ut som:

$$R_A(s) = \frac{1}{s^2 - 11s} \begin{bmatrix} s - 10 & 1 & 3 \\ 1 & s - 10 & 3 \\ 3 & 3 & s - 2 \end{bmatrix}.$$

a) Bestäm exponentialmatrisen  $e^{At}$ . (0.4)

b) Bestäm  $\text{tr } A$  och  $\det A$ . (0.3)

c) Är den kvadratiska formen som motsvarar  $A$  positivt definit? (0.3)

6. I ett linjärt, tidsinvariant och kausalt system ges sambandet mellan insignalen  $w$  och utsignalen  $y$  av ekvationen

$$\int_0^\infty y(t - \tau)e^{-2\tau} d\tau = w(t) + y(t).$$

a) Bestäm systemets överföringsfunktion. (0.6)

b) Vilken utsignal ger insignalen  $e^{-t} \sin t\theta(t)$  upphov till? (0.4)

LYCKA TILL!