

Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall förklaras så långt som möjligt.

1. Låt $f(t) = (t + 1)\theta(t)$. Beräkna f'' , faltningen $f'(t) * \theta(t)$ och en primitiv till $f(t)$.

2. Låt

$$K = \begin{bmatrix} -3 & a \\ 6 & b \end{bmatrix}$$

vara en symmetrisk matris som inte är inverterbar.

a) Bestäm a och b . (0.4)

b) Är matrisen negativt definit? (0.2)

c) Är matrisen stabil? (0.2)

d) Skriv ner motsvarande kvadratiska form $f(x)$ och bestäm alla x för vilka $f(x) = 0$. (0.2)

3. a) Vad menas med att ett system i insignal-utsignalform är linjärt? (0.2)

b) Ange sambandet mellan spår och egenvärden för en matris. (0.2)

c) Vad blir faltningarna $\delta * f, \delta' * f$? (0.2)

d) Hur ska talet x väljas för att matrisen

$$\begin{bmatrix} x & 8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

ska ha

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

som egenvektor? Vad är motsvarande egenvärde? (0.2)

e) Beräkna Laplacesformen av $\delta'(t - 1)$. (0.2)

V.g. vänd!

4. a) Diagonalisera matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}. \quad (0.4)$$

b) Beräkna exponentialmatrisen e^{At} . (0.3)

c) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} x_1' &= x_1 - 2x_2 \\ x_2' &= x_1 + 4x_2 \\ x_1(0) &= 3 \\ x_2(0) &= 1 \end{cases}. \quad (0.3)$$

5. Systemet \mathcal{S} är kausalt, linjärt och tidsinvariant. Om man sänder in signalen $w(t) = \cos 2009t \theta(t)$ så kommer signalen $y(t) = \sin 2009t \theta(t)$ ut.

a) Bestäm systemets impulssvar och överföringsfunktion. (0.4)

b) Är systemet stabilt? (0.2)

c) Ange utsignalerna $y_1(t)$ och $y_2(t)$, om insignalerna är $w_1(t) = \sin 2009t \theta(t)$ respektive $w_2(t) = t \cos t \theta(t)$. (0.4)

6. Beräkna integralen

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \theta(s) \int_{-\infty}^{\infty} \theta(t - s - \tau) \theta(\tau) d\tau ds$$

och den tredje derivatan $f^{(3)}(t)$.

LYCKA TILL!