

Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall förklaras så långt som möjligt.

1. Låt $f(t) = \theta(t - \pi) \sin 2t$. Beräkna

a) en primitiv funktion till $f(t)$, (0.3)

b) $g(t) = 4f(t) + f''(t)$, (0.3)

c) en kausal lösning till ekvationen $x'' - x = g(t)$. (0.4)

2. a) Vad menas med att ett system i insignal-utsignalform är tidsinvariant? (0.2)

b) Förenkla $t^2 * \delta'(t) - t^2 \cdot \delta'(t)$. (0.2)

c) Skriv ner den kvadratiske formen som bestäms av matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Är formen positivt definit? (0.2)

d) Ange summan och produkten av egenvärdena till matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 7 & 6 \\ 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

(0.2)

e) Rita grafen av $f(t) = \theta(1 - t) \cdot \theta(t)$ och bestäm Laplacetransformen av $f(t)$. (0.2)

3. a) Beräkna samtliga egenvärden och egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

(0.2)

b) Är matrisen diagonaliserbar? (0.2)

c) Beräkna exponentialmatrisen e^{At} . (0.3)

d) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} x_1' = 3x_1 + 3x_2 \\ x_2' = -3x_1 - 3x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = 1, x_2(0) = 2.$$

(0.3)

V.g. vänd!

4. Stegsvaret för ett linjärt tidsinvariant system är lika med $e^{3t}\theta(t)$.
- Bestäm systemets impulssvar och amplitudfunktion. (0.2)
 - Är systemet kausalt? (0.2)
 - Ange utsignalen $y_1(t)$ om insignalen är $w_1(t) = \sin 2t \theta(t)$. (0.3)
 - Ange utsignalen $y_1(t)$ om insignalen är $w_2(t) = \sin 2t$. (0.3)
5. Bestäm en funktion $f(x)$ sådan att

$$f'(x) + \int_0^x f(x-y) \cos(3y) dy = \sin 3x$$

för $x > 0$ och $f(0) = 1$.

6. En reell $n \times n$ matris A har exponentialmatrisen $B = e^{At}$. Det är känt att för några i, j gäller att $b_{ij} = te^{3t} + 1$. Bestäm och motivera vilka av följande påståenden är sanna:
- $i = j$. (0.2)
 - Matrisen A är inverterbar. (0.2)
 - Element a_{ij} i matrisen A är lika med 3. (0.2)
 - Matrisen A är diagonaliserbar. (0.2)
 - Matrisen A är symmetrisk. (0.2)

LYCKA TILL!