

Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall förklaras så långt som möjligt.

1. Låt

$$f(t) = e^{-t} \theta(t).$$

Beräkna:

- a) f' , (0.2)
 - b) alla primitiva funktioner till $f(t)$, (0.2)
 - c) faltningen $f(t) * \theta(t - 1)$, (0.3)
 - d) en kausal funktion $x(t)$ sådan att $x'' + x' = f(t)$. (0.3)
2. a) Vad är impulssvaret om frekvensfunktionen är $\frac{2}{2+i\omega}$? (0.2)
- b) Vad menas med att ett system i insignal-utsignalform är linjärt? (0.2)
- c) Är ett linjärt tidsinvariant system kausalt om stegsvaret är $\theta(t + 1)$? (0.2)
- d) För vilka a är summan av egenvärdena i matrisen

$$\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -3 & a \end{bmatrix}$$

lika med noll? (0.2)

- e) Förenkla $\sin t * \delta'(t)$. (0.2)

3. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & b \end{pmatrix}$$

vara en positivt semidefinit symmetrisk matris. Bestäm

- a) talen a och b , (0.3)
- b) en orthogonal matris som diagonaliserar A , (0.3)
- c) alla vektorer $X(t)$ sådana att $X' = AX$. (0.4)

V.g. vänd!

4. Systemet \mathcal{S} är kausalt, linjärt och tidsinvariant. Om man sänder in signalen $w(t) = \theta(t)$ så kommer signalen $y(t) = e^{-t}\theta(t)$ ut.
- Bestäm systemets impulssvar och överföringsfunktion. (0.3)
 - Är systemet stabilt? (0.2)
 - Ange utsignal $y_1(t)$ om insignal är $w_1(t) = \cos t \theta(t)$ (0.2)
 - Vilken insignal $w_2(t)$ ska man sända för att få $y_2(t) = \theta(t)$ som utsignal? (0.3)
5. En kvadratisk matris A har storlek strikt mindre än 5. Det enda som man vet om A är att ett av element i sista raden i exponentialmatrisen $B = e^{At}$ är lika med $b_{ij} = \cos 2t + te^t$. Använd det för att svara på följande frågor (motivera alla svar):
- Är matrisen A diagonaliserbar? (0.2)
 - Är matrisen A inverterbar? (0.2)
 - Är matrisen A symmetrisk? (0.2)
 - På vilken plats står b_{ij} (alltså vad är i och j)? (0.4)
6. a) Visa att om $f(t)$ är en kausal funktion så gäller

$$f(t-2)\theta(t) = f(t-2)\theta(t-2)$$

för alla t . (0.2)

- b) Finns det en kausal funktion $f(x)$ sådan att

$$\int_0^t f(t-\tau)f(\tau-2)d\tau = t^3$$

för $t > 0$? (0.8)

LYCKA TILL!