

*Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall förklaras så långt som möjligt.*

1. Låt

$$K = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & a \\ 2 & -7 & b & 0 \\ 0 & 9 & -28 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & c \end{bmatrix}$$

vara en symmetrisk och neutralt stabil matris.

- Bestäm  $a, b$  och  $c$ . (0.4)
- Skriv ner motsvarande kvadratiske form  $f(x) = x^T K x$ . Är formen negativt definit? (0.2)
- Bestäm antalet egenvärden som är mindre än  $-2$ . (0.4)

2. Låt

$$f(t) = |t| + |t - 1|.$$

Beräkna  $f'$ ,  $f''$  och faltningen  $f * f''$ .

3. För en matris  $A$  är det känt att exponentialmatrisen ser ut som:

$$B(t) = e^{At} = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} e^{9t} + 8 & e^{9t} - 1 & e^{9t} - 1 \\ 3e^{9t} - 3 & 6 + 3e^{9t} & 3e^{9t} - 3 \\ 5e^{9t} - 5 & 5e^{9t} - 5 & 5e^{9t} + 4 \end{bmatrix}.$$

- Bestäm konstanten  $c$ . (0.3)
- Bestäm  $\text{tr } A$  och  $\det A$ . (0.3)
- Lös begynnelsevärdesproblemet

$$X' = AX, \quad X(2) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

(0.2)

- Bestäm kvadraten av inversen till matrisen  $B(2)$ . (0.2)

4. a) Vad menas med ett system i insignal-utsignalform är i) stabilt? ii) tidsinvariant? (0.2)
- b) Ange sambandet mellan determinant och egenvärden för en matris. (0.2)
- c) Ge ett exempel på en kvadratisk matris som inte är diagonaliserbar med bevis att den inte är det. (0.2)
- d) Hur ska talet  $a, b$  väljas för att matrisen

$$\frac{1}{b} \begin{bmatrix} a & -5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

ska vara ortogonal?

(0.2)

- e) Är den kvadratiske formen  $xy + xz + yz$  positivt definit? (0.2)

5. Ett linjärt tidsinvariant system  $\mathcal{S}$  har stegsvaret  $\mathcal{S}\theta(t) = (1 - e^{-3t})\theta(t)$ .

- a) Bestäm systemets impulssvar och överföringsfunktion.
- b) Är systemet stabilt?
- c) Ange utsignalerna  $y_1(t)$  och  $y_2(t)$ , om insignalerna är  $w_1(t) = \cos 2t$  respektive  $w_2(t) = (\cos 2t)\theta(t)$ .

6. Bestäm en funktion  $f(x)$ , som för  $x > 0$  uppfyller ekvationen

$$f(x) + \cos 2x = \int_0^x \sin 2(x-y)f(y)dy.$$

LYCKA TILL!