Läsvecka 1

Kapitel 1: Rummet $\mathbb{R}^n$, delmängder av $\mathbb{R}^n$ (öppen, sluten, begränsad, kompakt, bågvis sammanhängande).

Kapitel 2: Första-och andragradsytor (kurvor [Ex 2.2+2.4+2.8]) [Ex 2.13–2.14+2.20–2.24], rotationssymmetri, polära och rymdpolära koordinater (ellipspolära och cylindriska).

Kapitel 3: Reellvärda funktioner (av n variabler), $n = 2$: graf och nivåkurvor [Ex 3.2–3.4], $n = 3$: nivåytor [Ex 3.5], $n \geq 4$: ?? Vektorvärda funktioner, $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ (el. $\mathbb{R}^3$): kurvor, $R^2 \to \mathbb{R}^3$: ytor [Ex 3.11–3.13], $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ (el. $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$): koordinatbyten [Ex 3.14–3.17] el. vektorfält. Sammansätning av funktioner, gränsvärden (Defn 3.1) [Ex 3.23+3.25–3.26], kontinuitet (Defn 3.2, Sats 3.1–3.2).

Läsvecka 2

Kapitel 4: Partiella derivator (Defn 4.1), gradient (Defn 4.2), differentierbarhet (Defn 4.4, Sats 4.1–4.3, [Ex 4.6]), tangentplan [(4.3)]. Kedjeregeln (Sats 4.4, [(4.11)–(4.12)], [Ex 4.9+4.27]), riktningsderivata (Defn 4.3), gradient (Sats 4.5–4.8+4.9).

<u>Tangent</u>

Låt γ vara en kurva i $\mathbb{R}^2$.

– om γ parametriseras av

$$\boldsymbol{r}(t) = \big(x(t), y(t)\big), \quad t \in I \subset \mathbb{R} \qquad \big[\text{t.ex. } \boldsymbol{r}(t) = \big(\cos t, \sin t\big), \quad 0 \leq t \leq 2\pi\big]$$

och

$$\boldsymbol{r}'(t_0) = \big(x'(t_0), y'(t_0)\big) \neq \mathbf{0} \;\; \text{för något } t_0 \in I$$

så är $\boldsymbol{r}'(t_0)$ en *tangentvektor* till γ i punkten $\boldsymbol{r}(t_0)$. [Se Kap 6.1]

– om γ beskrivs av ekvationen

$$f(x, y) = 0 \qquad \big[\text{t.ex. } x^2 + y^2 = 1\big]$$

och

$$\nabla f(a, b) = \big(f'_x(a, b), f'_y(a, b)\big) \neq \mathbf{0} \;\; \text{för någon punkt } (a, b) \text{ på } \gamma$$

så är $\nabla f(a, b)$ en *normal* till tangenten till γ i punkten (a, b). [Se Sats 4.8]

<u>Tangentplan</u>

Låt Γ vara en yta i $\mathbb{R}^3$.

– om Γ parametriseras av

$$\boldsymbol{r}(s, t) = \big(x(s, t), y(s, t), z(s, t)\big), \quad (s, t) \in D \subset \mathbb{R}^2$$

$$\big[\text{t.ex. } \boldsymbol{r}(s, t) = \big(\sin s \cos t, \sin s \sin t, \cos s\big), \quad 0 \leq s \leq \pi, 0 \leq t \leq 2\pi\big]$$

och vektorerna

$$\boldsymbol{r}'_s(s_0, t_0) = \big(x'_s(s_0, t_0), y'_s(s_0, t_0), z'_s(s_0, t_0)\big), \quad \boldsymbol{r}'_t(s_0, t_0) = \big(x'_t(s_0, t_0), y'_t(s_0, t_0), z'_t(s_0, t_0)\big)$$

är linjärt oberoende för något $(s_0, t_0) \in D$ så *spänner upp* $\boldsymbol{r}'_s(s_0, t_0)$ och $\boldsymbol{r}'_t(s_0, t_0)$ tangentplanet till Γ i punkten $\boldsymbol{r}(s_0, t_0)$. [Se Kap 6.2]

– om Γ beskrivs av ekvationen

$$g(x, y, z) = 0 \qquad \big[\text{t.ex. } x^2 + y^2 + z^2 = 1\big]$$

och

$$\nabla g(a, b, c) = \big(g'_x(a, b, c), g'_y(a, b, c), g'_z(a, b, c)\big) \neq \mathbf{0} \;\; \text{för någon punkt } (a, b, c) \text{ på } \Gamma$$

så är $\nabla g(a, b, c)$ en *normal* till tangentplanet till Γ i punkten (a, b, c). [Se Sats 4.9]

Läsvecka 3

Kapitel 4: Partiella derivator av högre ordning (Sats 4.10), partiella differentialekvationer och variabelbyte [Ex 4.28–4.29 (vågekvationen)].

Kapitel 5: Taylorpolynom, Taylors formel (Sats 5.1), lokala extrempunkter (Defn 5.1, Sats 5.2), stationära punkter och deras karaktär, kvadratiska former (Defn 5.2, Sats 5.3), Hessmatrisen och ABC kriterium (el. andra partiella derivatan testet), [Ex 5.8].

Läsvecka 4

Kapitel 5: Optimering. 1) på kompakt område [Ex 5.9], 2) på icke-kompakt område [Ex], 3) med bivillkor (Sats 5.4–5.6) [Ex 5.18].

Kapitel 6: Vektorvärda funktioner (t.ex. kurvor och ytor). Funktionalmatrisen (Defn 6.2) [Ex 6.7–6.8], funktionaldeterminanten (Defn 6.3) [Ex 6.11–6.12], kedjeregeln [Ex 6.10].

Läsvecka 5

Kapitel 6: Inversa funktionssatsen (Sats 6.1, [(6.15)–(6.16)], [Ex: polära koord.]), implicita funktionssatsen (Sats 6.2, [Ex 6.14–6.15], [Anm 6.5]) och olika varianter.

Kapitel 9: Kurvintergraler av vektorfält (defn (9.1) samt alt. sättet med differentialformen $Pdx + Qdy$).

Kapitel 7: Dubbelintegraler över rektanglar. 1) för trappfunktioner (Defn 7.1, Sats 7.1), 2) för begränsade funktioner (Defn 7.2–7.3, Sats 7.2), *itererad* integration (Sats 7.3) [Ex]. Dubbelintegraler över 'godtyckliga' områden (Defn 7.4), räknelager (Sats 7.4 och triangelolikheten), nollmängd (Sats 7.6), beräkning av dubbelintegraler (Sats 7.7) [Ex 7.3].

Läsvecka 6

Kapitel 7: Variabelbyte i dubbelintegraler (Sats 7.8) [Ex: polära koord.], generaliserade dubbelintegraler (Defn 7.7–7.8, Sats 7.9) [Ex]. Trippelintegraler. 1) generaliserad cylinder [Ex 7.19], 2) tvärsnitt metod [Ex 7.19], 3) variabelbyte [Ex 7.20].

Kapitel 8: Volym [Ex 8.3], massa, tyngdpunkt, tröghetsmoment [Ex].

Läsvecka 7

Kapitel 9: Kurvintegraler, Greens formel (Sats 9.1, [Ex]), areaberäkning [Ex: deltoid], elektrostatisk fält (E) och magnetisk fält (B). Potentialfält (Defn 9.1, Sats 9.3–9.6, [Ex 9.13]), enkelt sammanhängande område [Ex].