Projekt med anknytning till matristeori

Matriser i genetiken

Inom genetiken kan beräkna den förväntade tiden det tar för det att en genom mutation förbättrad gen helt undanttränger den sämre ur en population. Tiden kommer att bero på populationens storlek, sannolikheten för mutationen och hur stor fördel mutationen innebär. Beräkningen involverar uppställning och invertering av matriser vars storlek beror av populationens storlek.

Handledare: Pelle Pettersson

Approximation med snälla matriser

Ofta blir problem mycket lättare att lösa om matrisen X är hermitesk, unitär, av låg rang eller av annan enkel typ. Frågan är hur man finna goda approximationer av en godtycklig matris A med någon av dessa. För att mäta vad som menas med god approximation kan man använda någon norm varför det gäller att finna de matriser X som minimerar $||A - X||$. Normen kan vara 2-norm, Frobeniusnorm eller svårare 1-norm.

Handledare: Pelle Pettersson

Invertering av tridiagonala Toeplitzmatriser

Tridiagonala Toeplitzmatriser uppkommer till exempel när problem löses med finita elementmetoden. För dessa kan man finna inversen explicit genom ett rekursivt förfarande. Målet är att finna hur och gärna använda detta för skriva program som snbbt kan invertera stora Toeplizmatriser.

Handledare: Anders Holst

Principalkomponentanalys och singulära värden

Singulärvärdesfaktorisering är en teknik som varit teoretiskt känd i drygt ett sekel. Principalkomponentanalys är dess tillämpning på kovariansmatriser. Genom datateknikens utveckling har faktoriseringarna blivit praktiskt intressanta. De har blivit allt viktigare inom en mängd tillämpningar som i allmänhet handlar om att organisera, och finna mönster, i stora datamängder (signal- och bildbehandling, informationssökning, genetiska studier mm). En relaterad användning är bildkompression.

Handledare: Anders Holst

Polynommatriser och Smiths normalform

I tillämpningar i reglerteknik och andra områden har man ofta matriser som varierar kontinuerligt med tiden. Då kommer också faktoriseringar att variera med tiden vilket ställer till problem då egenvärden sammanfaller för en diagonalmatris kan inte övergå i jordanmatris med större block på ett kontinuerligt sätt. Istället tar man då till en faktorisering som kallas Smiths normalform. Målet är att förstå teorin för denna.

Handledare: Anders Holst

Effektiva algoritmer för matrismultiplikationer

Fast det först verkar otroligt finns det metoder att multiplicera stora matriser som kräver färre multiplikationer och additioner än det vanliga sättet. Målet är att förstå dessa och kunna analysera och tillämpa genom att skriva små matlabprogram. Det finns också möjlighet att gå vidare med andra liknande algoritmer.

Handledare: Victor Ufnarovski

Jordanisering

För den som tycker matlabprogrammering är roligt så kan man fortsätta där miniprojekt 1 slutade och försöka skriva ett matlabprogram som med den rekursiva metoden i beviset för Jordans sats beräknar matrisen S som ger $A = SJS^{-1}$.

Handledare: Victor Ufnarovski

Vandermondedeterminater och vandermondematriser

Några av de mest kända matriserna både inom matematiken och dess tillämpningar är vandermondmatriserna. I storleken 3×3 ser de ut så här

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}.$$

I detta fall är dess determinant en funktion av tre variabler x_1, x_2 och x_3. Den kallas vandermondedeterminanten.
Projektets mål är att undersöka egenvärden, egenvektorer, Jordans normalform och andra egenskaper hos vandermondematrisen och vandermondedeterminanten beroende på variablerna x_j.

Handledare: Victor Ufnarovski

Kommutatorer av rang 1

Anta att matrisen $AB - BA$ har rang 1. Kan man visa att A och B har en gemensam egenvektor? Otroligt intressant problem!

Handledare: Victor Ufnarovski

Internetsökning, pagerank och positiva matriser

Moderna internet sökmotorer som google använder positiva matriser för att avgöra vilka sidor är mest relevanta, till exempel vid beräkning av pagerank. Samma teori för positiva matriser och så kallade stokastiska matriser används genomgående inom statistiken och studiet av stokastiska processer och deras tillämpningar. Inom detta projekt kommer ni att lära er grundläggande egenskaper hos matriser med icke negativa element och mer specifikt stokastiska matriser samt deras tillämpning till internetsökning och rankning. Konkreta exempel i projektet kan beräknas med matlab, maple eller för hand.

Handledare: Victor Ufnarovski

Icke-kommutativa matrisekvationer

I kvantfysik, reglerteknik, fasta tillståndets fysik, datavetenskap och statistik finns många viktiga tillämpningar som bygger på egenskaper hos lösningar av icke-kommutativa matrisekvationer. De viktigaste exemplen är

$$AX = XB,$$
$$AX - XB = C,$$
$$AXB - CXD = E,$$

där X är den obekanta matrisen. Inom detta projekt ska ni lära er att använda kunskaper från matristeorikursen för att lösa sådana matrisekvationer. Ni kommer att kunna välja om projektet ska inriktas på datormodellering och numeriska experiment med till exempel matlab eller maple, eller på teori och metoder, eller på någon specifik tillämpning.

Handledare: Victor Ufnarovski

Handledare: Anders Holst, rum MH:553, tel 222 34 05, ah@maths.lth.se.

Handledare: Pelle Pettersson, rum MH:552 B, tel 222 85 33, pelle@maths.lth.se.

Handledare: Victor Ufnarovski, rum MH:453B, tel 222 41 46, ufn@maths.lth.se.