Projektbeskrivningar

Kortformen av handledarnas adresser sätts in framför @maths.lth.se.

1. **Bildsegmentering med hjälp av kontinuerliga snitt** Segmentering är en fundamental operation inom bildanalys där syftet är att uppdela en given bild i två eller flera betydelsebärande, icke-överlappande delregioner utifrån den information som finns i bilden, typiskt grånivårna i pixlarna i olika delar av en gråskalebild.

   Många segmenteringsmodeller kan matematiskt formuleras som problem inom variationskalkylen; segmenteringen av en bild uppnås genom att minimera en "energifunktional"över en mängd av tillåtna inddelningar av bilden. Ett numera klassiskt sätt att segmentera en bild i två områden, objekt och bakgrund, är att betrakta gränsan mellan områderna som en geometrisk kurva som man deformerar tills dess att ett optimalt läge uppnåtts. Man talar om en *aktiv kontur*. Under senare år har man hittat effektiva sätt att beräkna optimala aktiva konturer. Dessa metoder bygger på att minimera konvexa energifunktionaler och kallas populärt för *kontinuerliga snitt*.

   Målet med projektet är att förstå grunderna i kontinuerliga snitt och att implemetera Chambolles algoritm för kontinuerliga snitt i MATLAB. Teorin använder så kallade svaga derivator (distributionsderivator) och numeriken bygger på finita differensmetoden. Det krävs inga speciella förkunskaper inom bildanalys.

   Handledare: Niels Christian Overgaard, nco.

   Chockvågor och två tillämpningar (2 projekt)

   I kursen Kontinuerliga system har vi fått *linjära* partiella differentialekvationer från kontinuitetsekvationen tillsammans med något konstitutivt antagande. I många problemställningar, t ex flödesproblem, ger det konstitutiva antagandet en *olinjär* ekvation, se läroboken kap. 1.2.5. I vårt fall beror våghastigheten på lösningen, dvs olika koncentrationer fortplantar sig med olika hastigheter. Därför uppkommer naturligt diskontinuiteter, s.k. chockvågor, i lösningen. Projekten går ut på att lära sig om hur man kan lösa denna typ av ekvation samt tillämpa metodiken i något av följande områden:

2. **Trafikflöde** Ett trafikflödesproblem ska lösas. Motorvägen blir under en kort stund avstängd. Hur kommer koncentrationen av bilar att se ut? Vilka blir bilarnas hastigheter?

   Handledare: Stefan Diehl, diehl.

3. **Modellering av sedimentering** Sedimentering är en vanligt förekommande teknik för att särskilja partiklar och vätska. Den förekommer i vattenreningsverk, kemisk industri, mineralindustri och pappersmassaindustri. Projektet går ut på att finna vilka olika typer av analytiska lösningar som kan finnas till ett vanligt sedimenteringsförsök i en kolonn.

   Handledare: Stefan Diehl, diehl.

4. **Matematisk modellering av bakterietillväxt** Matematiska modeller baserade på partiella differentialekvationer kan även användas för att modellera biologiska system. Projektet går ut på att bygga en modell för ett förenklat endimensionellt system av bakterier som både kan förflytta sig och föröka sig. Modellen baseras på två kopplade partiella differentialekvationer. Den ena är en diffusionsekvation som beskriver diffusion av näringsämnen. Den andra är en reaktions-diffusionsekvation med en olineär källterm om uppkommer pga den så kallede Michaelis-Menten kinetiken och beskriver hur bakterierna utvecklas. Uppgiften består i att läsa en artikel av Lauffenburger et al (1981) och analysera modellen samt eventuellt göra en simulering i Matlab.

   Handledare: Anders Heyden, heyden.

5. **Finita element-metoden**

   För att lösa differentialekvationer numeriskt med hjälp av dator måste en approximativ lösning på något sätt uttryckas med hjälp av ändligt många tal och operationer. Ett sätt är att ersätta derivatorna med differensapproximationer. Ett annat är att göra funktionsapproximationer, dvs lösningen approximeras med enkla funktioner, t ex styckvis linjära. *Finita element-metoden* går ut på att söka lösningen i ett ändligtdimensionellt funktionsrum, där de ändligt många basfunktioner dessutom är enkla, t ex linjära. Projektet innehåller en introduktion av principerna för FEM-metoden med dels teori, dels datorkörning.

   Handledare: Stefan Diehl, diehl.

6. **Wanner-Guijers modell för biofilmstillväxt**

   Matematiska modeller baserade på partiella differentialekvationer kan även användas för att modellera biologiska system. Projektet går ut på att undersöka en modell för hur en tunn bakteriefilm (en så kallad biofilm) utvecklas över tiden. Modellen består av att system av två kopplade differentialekvationer, kombinerade med en ordinär differentialekvation som beskriver tillväxten. Ekvationerna beskriver diffusion av näringsämnen, utveckling av biofilmen och tillväxten.

   Uppgiften består i att läsa Wanner och Guijers artikel och implementera valda delar i Matlab/Comsol Multiphysics.

   Handledare: Anders Heyden, heyden.

7. **Modellering av växande bakteriekolonier med hjälp av rörliga randvärdesproblem och variationsolikheter**

   De flesta bakterier som finns i naturen lever i kolonier, så kallade biofilmer, där de i skydd från omgivningarna kan konsumera näring och föröka sig. Biofilmer kan vara oönskade, så som de skadliga beläggningar på katetrar och proteser. Placket på dina tänder är också ett (närliggande) exempel. Men förekomsten av en biofilm kan även vara gynnsamm, t ex används biofilmer i moderna vattenreningsanläggningar för att ta bort nitrat och organiska ämnen från avloppsvatten.

   Projektet går ut på att modellera och simulera en biofilm som väsentligen består av en enda bakterieart vars tillväxt beror på ett begränsande näringsämne. Modelleringen kommer att använda partiella differentialekvationer för diffusion och advektion med randvärden på den rörlig randen, där den växande biofilmen möter det omgivande vattnet. Modellen kan formuleras som en variationsolikhet, vars lösning kan approximeras numeriskt med hjälp av finita differenser. Lämplig bakgrund är grunderna Hilbertrumsteori (skalärprodukt, fullständighet och projektionssatsen). Resten lär man sig under projektets gång.

   Handledare: Niels Christian Overgaard, nco.

8. **Kan man höra formen på en trumma?**

   Denna fråga ställdes 1966 i en välkänd artikel av matematikern Marc Kac. Om man utgår ifrån att trumman uppfyller vågekvationen leder variabelseparation naturligt till en lösningsformel vilken innehåller trummans egenfrekvenser. Frågan är då om dessa egenfrekvenser, vilka man utgår ifrån att ett perfekt öra kan uppfatta, entydigt bestämmer formen på trumman. Svaret är lite beroende på vilka förväntningar man har på en trummas form.

   Handledare: Pelle Pettersson, pelle.

9. **Minimalytor och såpexpriment**

   Doppar man en sluten ståltrådskurva i en såplösning blir resultatet att man ser lösningen på problemet att, givet en sluten kurva i rummet, finna den yta som har denna kurva som rand och vilken har mindre area än varje annan sådan yta. Detta problem går under namnet Plateaus problem och ytans ekvation ges av en partiell differentialekvation. Att Plateaus problem verkligen är lösbart på ett rimligt sätt visades år 1930 samtidigt av Jesse Douglas och Tibor Radon. Även andra frågeställningar rörande geometrin för ytor kan betraktas.

   Handledare: Pelle Pettersson, pelle.

10. **Differentialekvationer på krökta ytor**

    I kursen har det huvudsakligen studerats differentialekvationer på linjer, i plan eller i rummet, men man kan även studera dem på krökta ytor. En av ideerna är då att en krökt yta lokalt är likt en del av ett plan och att man sedan sätter ihop sådana bitar till hela ytan. Detta leder till mångfaldsbegreppet. Studiet av differentialekvationer på mångfalder är en av grundstenarna i den allmänna relativitetsteorin.

    Handledare: Pelle Pettersson, pelle.

11. **Kvantgrafer**

    Kvantgrafer kan beskrivas med hjälp av ordinära differentialekvationer på geometriska grafer. Sådana modeller kan användas för att studera till exempelen elektrons rörelse i nano strukturer. Man är intresserad, i första hand, av spektrum för sådana ekvationer (egenfrekvenser).

    Uppgiften består i att läsa en översiktsartikel eller en examensrapport för lära sig spårformeln. Förhoppningsvis blir det aktuellt att beräkna egenfrekvenserna för enkla grafer, delvis explicit, delvis med hjälp av datorprogram som Maple och Matlab.

    Handledare: Pelle, pelle.