För matris $A = \begin{pmatrix} | & | & & | \\ A_1 & A_2 & \cdots & A_n \\ | & | & & | \end{pmatrix}$

Kolonnrummet = alla lin. komb. av kolonnerna, dvs. värdemängden för $Y = AX$

rang A = dim. av kolonnrummet

Nollrummet = alla lösn. till $AX = 0$, dim. betecknas nolldim A

Dimsatsen: antal kolonner = rang A + nolldim A

För $A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$: $AX = 0 \iff 3AX = 0 \iff$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ -3x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ -3x_2 - 3x_3 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ Nollrummet blir $t(1,-1,1)$ så

nolldim $A = 1 \Rightarrow$ rang $A = 3 - 1 = \underline{2}$

Bas för nollrummet är (t.ex.) $\underline{(1,-1,1)}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$