Matematisk kommunikation (FMA085 4,5hp)
Läsperiod 2, HT 2013

Kurschef: Niels Chr. Overgaard (NCO), tel. 046-222 85 32, epost `nco@maths.lth.se`, rum MH:551B.

Föreläsningar: NCO
On 8–10 E:C läsvecka 1, 2, 3.

Övningar: Kerstin Johnsson och NCO
Ti 26/11 10–12 MH:362D och 13–15 MH:333 läsvecka 5. (*Obligatoriskt* kursmoment!)

Kurshemsida: `www.maths.lth.se/~nco/kurser/matkomm2013/`

Kurskrav: Kursen som helhet innehåller tre obligatoriska moment; två inlämningsuppgifter och en populärvetenskaplig uppsats. Kompisgranskning (se nedan) och presentation av lösningar samt uppsatsseminarium och opposition på annan grupps projektarbete ingår som obligatoriska moment.

Inlämningsuppgifter: Andra inlämningsuppgiften delas ut på föreläsning 1 den 30 oktober. Uppgiften löses i grupper om tre–fyra personer enligt utdelat schema. En första version av lösningen ska vara **klar tis den 19 november** och skickas till NCO soom pdf-fil. Denna version **presenteras muntligt tisdag 26 november** på antingen förmiddags- eller eftermiddagsövningen (kompisgranskningen). Varje arbetsgrupp ska **opponera** på en annan grupps lösning och presentation. Jag skickar pdf med aktuell uppgiftslösning till opponentgrupperna c:a en vecka i förväg. Opposition ingår som ett *obligatoriskt element* i kursen. Den slutgiltiga versionen lämnas in senast måndag den 2 december *inlämningsfacket* på femte våningen i Mattehuset.

Projekt: Arbetet med projektet sker i grupper om fyra personer under LP4 våren 2013 och ska mynna ut i en populärvetenskaplig rapport om ett matematiskt ämne. Projektförslag och handledning tillhandahållas av lektorer och doktorander vid Matematikcentrum. Rapporten presenteras under ett heldagsseminarium. Dessutom ska grupperna opponera på varandras rapporter. Projektförslagen presenteras vid en föreläsning i LP3.

Workshop: Redovisningen av projekten är torsdag 15 maj 2014. Observera att det är dagen innan Lundakarnevalen börjar!

Plan för föreläsningar, övningar (preliminärt):

30/10	**F 1**	**..........................Inl. 2 delas ut. Tema: ur analysens grunder**
6/11	**F 2**	**..... Matematiska tidsskrifter. Tema: Mer ur analysens grunder**
13/11	**F 3**	**...... Information om kompisgranskning och om vårens projekt**
19/11	**♣**	**..... Död linje för version 1 av lösning. Mejla som pdf till NCO**
27/11	**Ö 1**	**Kompisgranskning (fm och em): muntlig presentation av lösning**
2/12	**♣**	**.............................. Död linje för inlämningsuppgift 2**

Gruppindelning - Inlämningsuppgift 2							
gruppnr	**Person 1**		**Person 2**		**Person 3**		**Uppgift**
1	Andersson	Alicia	Andersson	Pontus	Björnberg	Lovisa	**2A**
2	Brishammar	Carl	Danielsson	Hjalmar			**2B**
3	Hällkvist	Kristoffer	Johansson	Simon	Joki	Max	**2C**
4	Jonsson	Axel	Jonsson	Peter	Josefsson	Mattias	**2D**
5	Jungenfelt	Tove	Jälmby	Martin	Jönsson	Jesper	**2A**
6	Kahalani	Benjamin	Kari	Oskar	Kullberg	Gustav	**2B**
7	Kullberg	Viktor	Lam	Tuong	Ljunggren	Sara	**2C**
8	Lundström	Niklas	Mokhonko	Maxim	Nilsson	Simon	**2D**
9	Nord	Erik	Olsson	Sofie	Persson	Josefin	**2A**
10	Rasmusson	Oskar	Röman	Linus	Sjöstrand	Emmy	**2B**
11	Torlegård	Beata	Gassheld	Gavin	Henriksson	Elias	**2C**
12	Carlioth	Alexander	Cosic	Oliver	Hagel	Johan	**2D**

Grupperna 1-8 redovisar tisdag 26 november 10-12 (Grupp 9-12 lediga)

Grupperna 9-12 redovisar tisdag 26 november 13-15 (Grupp 1-8 lediga)

Opponentgrupper anvisas senare

Niels Chr Overgaard, 2013-10-28

Inlämningsuppgift 2A

Problemen lösas i grupper om tre personer (se lista). Man får gärna *diskutera* problemet med andra grupper, men varje grupp lämnar in en *självständig* skriftlig redovisning. Lösningen ska inkludera en presentation av problemet, eventuella observationer och tankar kring det, och slutligen ett bevis av påståendet. Lösningen till inlämningsuppgiften ska skrivas i LaTeX.

En första version av lösningen ska vara klar och mejlas (som pdf) till opponentgruppen och NCO **tisdag 19 november**. Lösningen ingår i den *obligatoriska kompisgranskningen*, som är en muntlig presentation med efterföljande frågestund (c:a 15+5 minuter/grupp.) Den är tisdag 26 november 10-12 och 13-15.

Den slutgiltiga versionen lämnas i Matematisk kommunikations avlåsta inlämningsfack på 3 våningen i Mattehuset (Fack nr. 3 i hyllan mittemot MH:333.) Sista inlämningsdagen är **måndagen 2 december**.

Problem. *Bestäm alla funktioner* $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$*, där* f *är kontinuerligt deriverbar, som uppfyller villkoret*

$$f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1-xy}\right), \tag{1}$$

för alla $x, y \in \mathbf{R}$ *så att* $xy < 1$.

Kommentarer och ledning. Identiteten i (1) kallas en *funktionalekvation* för funktionen f. Vi söker alltså samtliga lösningar till den givne funktionalekvationen. För att lösa problemet kan man t.ex. derivera funktionalekvationen och göra speciella val av variablerna x och y. Glöm inte tänka igenom vad som är nödvändiga villkor för att f ska vara en lösning och vad som är tillräckliga villkor. Vad händer om man släpper villkoret $xy < 1$ i (1) och bara kräver $xy \neq 1$?

24 oktober 2013

Inlämningsuppgift 2B

Problemen lösas i grupper om tre personer (se lista). Man får gärna *diskutera* problemet med andra grupper, men varje grupp lämnar in en *självständig* skriftlig redovisning. Lösningen ska inkludera en presentation av problemet, eventuella observationer och tankar kring det, och slutligen ett bevis av påståendet. Lösningen till inlämningsuppgiften ska skrivas i LaTeX.

En första version av lösningen ska vara klar och mejlas (som pdf) till opponentgruppen och NCO **tisdag 19 november**. Lösningen ingår i den *obligatoriska kompisgranskningen*, som är en muntlig presentation med efterföljande frågestund (c:a 15+5 minuter/grupp.) Den är tisdag 26 november 10-12 och 13-15.

Den slutgiltiga versionen lämnas i Matematisk kommunikations avlåsta inlämningsfack på 3 våningen i Mattehuset (Fack nr. 3 i hyllan mittemot MH:333.) Sista inlämningsdagen är **måndagen 2 december**.

Problem. *Antag att* $f:[1,\infty)\to\mathbf{R}$ *är en kontinuerlig funktion med* $f(1)=1$ *som uppfyller*

$$f'(x)=\frac{1}{x^2+f(x)^2}.$$

Vis att följande gränsvärde existerar,

$$A=\lim_{x\to\infty} f(x),$$

och att $A\le 1+\frac{\pi}{4}$. *Visa även uppskattningen* $\frac{1+\pi/2}{1+\pi/4}\le A$.

Ledning. Kan $f(x)$ skrivas som en integral? Går det att beräkna integralen eller går det att beräkna en relaterad, enklare integral?

24 oktober 2013

Inlämningsuppgift 2C

Problemen lösas i grupper om tre personer (se lista). Man får gärna *diskutera* problemet med andra grupper, men varje grupp lämnar in en *självständig* skriftlig redovisning. Lösningen ska inkludera en presentation av problemet, eventuella observationer och tankar kring det, och slutligen ett bevis av påståendet. Lösningen till inlämningsuppgiften ska skrivas i LaTeX.

En första version av lösningen ska vara klar och mejlas (som pdf) till opponentgruppen och NCO **tisdag 19 november**. Lösningen ingår i den *obligatoriska kompisgranskningen*, som är en muntlig presentation med efterföljande frågestund (c:a 15+5 minuter/grupp.) Den är tisdag 26 november 10-12 och 13-15.

Den slutgiltiga versionen lämnas i Matematisk kommunikations avlåsta inlämningsfack på 3 våningen i Mattehuset (Fack nr. 3 i hyllan mittemot MH:333.) Sista inlämningsdagen är **måndagen 2 december**.

Problem. *Antag att funktionen* $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *är* n *gånger kontinuerligt deriverbar, där* n *är ett icke-negativt heltal. Visa att om*

$$f^{(n)}(x) > 0, \quad \textit{för alla } x \in \mathbf{R},$$

så har f *högst* n *stycken nollställen.*

Ledning. Betrakt problemet ur flera synvinklar. Undersök om påståendet är rimligt genom att kolla de enkla fallen $n = 1, 2$ och 3. Hur ger man ett stringent bevis i fallet $n = 1$? Kan metoden användas i det allmänna fallet? Fundera gärna över om påståendet ovan kastar nytt ljus över kända egenskaper hos reella polynom, dvs. funktioner av formen $f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ där koefficienterna $a_0, a_1, \ldots, a_n \in \mathbf{R}$.

24 oktober 2013

Inlämningsuppgift 2D

Problemen lösas i grupper om tre personer (se lista). Man får gärna *diskutera* problemet med andra grupper, men varje grupp lämnar in en *självständig* skriftlig redovisning. Lösningen ska inkludera en presentation av problemet, eventuella observationer och tankar kring det, och slutligen ett bevis av påståendet. Lösningen till inlämningsuppgiften ska skrivas i LaTeX.

En första version av lösningen ska vara klar och mejlas (som pdf) till opponentgruppen och NCO **tisdag 19 november**. Lösningen ingår i den *obligatoriska kompisgranskningen*, som är en muntlig presentation med efterföljande frågestund (c:a 15+5 minuter/grupp.) Den är tisdag 26 november 10-12 och 13-15.

Den slutgiltiga versionen lämnas i Matematisk kommunikations avlåsta inlämningsfack på 3 våningen i Mattehuset (Fack nr. 3 i hyllan mittemot MH:333.) Sista inlämningsdagen är **måndagen 2 december**.

Problem. *Bestäm alla kontinuerligt deriverbara funktioner* $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ *som uppfyller* $f(x) \to 0$ *då* $x \to \infty$ *och villkoret*

$$f(x)f(y) = f\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right), \tag{1}$$

för alla $x, y \in \mathbf{R}$.

Kommentarer och ledning. Identiteten i (1) kallas en *funktionalekvation* för funktionen f. Vi söker alltså samtliga lösningar till den givna funktionalekvationen. Börja t.ex. med att visa att om f löser (1) så är f en jämn funktion. Man kan även visa att f uppfyller en första ordningens differentialekvation. Förslagsvis kan man fiksera värdet på y och derivera båda sidorna i funktionalekvationen som funktioner av x och sen göra samma sak med x och y i ombytta roller, och se vad som händer.

24 oktober 2013