

Inlämningsuppgift 1

Instruktioner. Lösningen till inlämningsuppgiften redovisas skriftligt mha. \LaTeX . Sista inlämningsdagen är **fredag 12 oktober**. Innan dess ska en första version av lösningen vara klar **torsdag 4 oktober** för att ingå i kompisgranskningen. Granskaren ska lämna en skriftlig kritik till den granskade. Kritiken presenteras muntligt, två-och-två, på övningen **onsdag 10 oktober** där närvaro är **obligatorisk**.

Det är tillåtet (t.o.m. önskvärt) att diskutera problemet och lösningsstrategier med andra personer, men varje kursdeltagare måste författa och lämna in en *personlig* lösning på inlämningsuppgiften.

Den slutgiltiga versionen av lösningen, tillsammans med granskarens kommentarer, lämnas i facket märkt “matematisk kommunikation” i vita hyllan på 5 våningen i Matematikhuset.

Uppgift. Låt $\mathbf{N}_0 = \mathbf{N} \cup \{0\}$ beteckna mängden av icke-negativa heltal. Bevisa följande påstående:

Sats. *Ett udda heltal $n > 1$ kan på ett entydigt sätt skrivas som differensen av två kvadrater,*

$$n = x^2 - y^2, \quad \text{där } x, y \in \mathbf{N}_0, \quad (1)$$

om och endast om n är ett primtal.

Ledning. För att lösa problemet kan man inledningsvis experimentera med små heltal i (1). Vad händer t.ex. då $(x, y) = (4, 3)$ eller då $(x, y) = (5, 4)$? Analysera satsens formulering: Vad är påståendet i satsen, vilka är satsens förutsättningar, vad menas med frasen “om och endast om”, eller vad är definitionen av ett primtal?

Dela gärna upp presentationen av lösningen i flera logiska enheter. Ett längre bevis kan delas upp i steg, t.ex. behandlas fallen “om” och “endast om” var för sig. Ange nödvändiga definitioner. Formulera delresultat som hjälpsatser (lemman) och ange huvudresultatet som en sats. Var tydlig med vad som är sats, vad som är bevis. För varje påstående man bevisar ska man göra klart för sig vilken bevismetod (se läroboken) som används. Ange gärna bevismetoden i den löpande texten, t.ex. “satsen bevisas med hjälp av induktion”.

Olika (små) ledtråder kommer att ges på föreläsningarna. Rimlig hjälp med lösning och presentation ges på övningarna.